Baccalauréat Série : A

Session 2012

N.B : - Les DEUX (02) exercices et le Problème sont obligatoires

- Machine à calculer non programmable autorisée.

Exercice 1 (05 points)

1- Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique définie par son premier terme $U_0=-1$ et sa raison r = 3.

a) Exprimer U_n en fonction de n. (0,5 pt)

b) Déterminer l'entier naturel n si $U_n=59$ (0,5 pt)

c) Calculer la somme S tel que $S= U_0+ U_1 +\ldots U_{20}$. (1 pt)

2- On considère la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : . $V_n=e^{3n-1}$

a) Calculer V_0 et V_1. (0,5 pt+0,5 pt)

b) Démontrer que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = e^3$. (1 pt)

c) Exprimer en fonction de n, la somme . $S_n=V_0+V_1+....+V_n$ (1 pt)

Exercice 2 (5 points)

Un porte-monnaie contient 12 billets dont 5 billets de 500 Ar, 4 billets de 1.000 Ar et 3 billets de 2.000 Ar.

1- On prend successivement au hasard et sans remise 3 billets du porte-monnaie.

a) Vérifier qu'il y a 1320 cas possibles. (1 pt)

b) Calculer la probabilité d'obtenir :

A : « trois billets de même valeur » ; (1 pt)

B : « un montant total de 4.500 Ar ». (1 pt)

2- On prend au hasard et simultanément 2 billets du porte-monnaie.

Calculer la probabilité d'avoir :

C : « exactement deux billets de 500 Ar » ; (1 pt)

D : « au moins un billet de 1.000 Ar ». (1 pt)

Problème (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur]0 ; +∞[par : $f(x)=2x-1-2\ln x$.

On note par (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2cm.

1- Vérifier que $\lim_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$

2- a)Montrer que pour tout $x\in$]0 ; +∞[; . $f(x)=x(2-\frac{1}{x}-2\frac{\ln x}{x})$ (0,5 ; 0,75)

b) On donne $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x}=0$. Calculer $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ (0,75 ; 0,5)

c) Sachant que $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}=2$ et $\lim_{x\to +\infty} f(x)-2x=-\infty$, interpréter graphiquement la courbe

(C) et la droite (D) : y = 2x (0,5 ; 0,5)

3) a) Démontrer que pour tout $x\in$]0 ; +∞[, $f'(x)=\frac{2x-2}{2}$ où f' est la fonction dérivée de f.(1;075)

b) Étudier le signe de f'(x)sur]0 ; +∞[(1;0,75)

4) a) Dresser le tableau de variation de f. (1 ; 1)

b) Calculer à 10^{-1} près f(2), f(3) et f(e). (0,5 x 3 ; 0 ,25 x 3)

(On donne $\ln 2\approx 0{,}7 , \ln 3\approx 1{,}1$ et $e\approx 2{,}7$).

c) Écrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse x_0=2. (1 ; 0,75)

d) Tracer (T), (D) et (C) dans le même repère. (1,5 ; 1,5)

Pour A2 seulement

Soit F la fonction définie sur]0 ; +∞[par $F(x)=x^2+x-2x\ln x$

a) Calculer F'(x) et montrer que F est une primitive de f sur]0 ; +∞[. (1)

b) Calculer, en cm^2, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses (x'Ox) et les droites d'équations respectives x = 1 et x = e. (1)