Opérations sur les fonctions

1. Égalité de deux fonctions

Deux fonctions f et g sont dites égales si elles sont définies sur le même ensemble I, et si pour tout réel x de I, f(x)= g(x).

On note dans ce cas f = g

2. Restriction

On considère une fonction f définie sur un ensemble I, et une partie J de I.

La **restriction de f à J**, que l'on va noter g, est **la fonction définie sur J** par **g(x) = f(x)**.

Exemple

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=3x^2-2x+1$, et g la fonction définie sur $\mathbb{R}^+=[0;+\infty[$ par $g(x)=3x^2-2x+1$. g est la restriction de f à l'intervalle $\mathbb{R}^+=[0;+\infty[$. g (x) n'est pas défini si x est négatif, et g(x)= f(x) lorsque x est positif ou nul.

3. Somme de deux fonctions

Soient f et g deux fonctions définies sur le même ensemble I.

La somme de f et g, notée f+g, est la fonction définie sur I par (f+g)(x)= f(x) +g(x)

4. Produit de deux fonctions

Soient f et g deux fonctions définies sur le même ensemble I.

La produit de f et g, notée f.g, est la fonction définie sur I par (f.g)(x)= f(x) . g(x)

Si k est un nombre réel, le produit de f par k est la fonction définie par (k.f)(x)= k. f(x)

5. Quotient de deux fonctions

Le quotient de f par g est la fonction notée $\frac{f}{g}$ définie par $(\frac{f}{g})(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

Elle est définie en tout point x tel que f(x) est défini et $g(x)\neq 0$

6. Composée de deux fonctions

Soit f une fonction définie sur J, et g une fonction définie sur I, et à valeurs dans J (ce qui signifie que g(x) appartient à J pour tout x de I.

La fonction f o g (qui se lit « f rond g ») est la fonction définie pour tout x de I par (f o g) (x)= f[g(x)].

fog(x) est donc l'image de g(x) par f.

Exemples

- $f(x)=x^2+3x-1$ et g(x)= 2x+2

  $fog(x)=f[g(x)]=f(2x+2)=(2x+2)^2+3(2x+2)-1$

Ainsi $fog(x)=4x^2+14x+9$

$gof(x)=g[f(x)]=g(x^2+3x-1)=2[x^2+3x-1]+2$

Ainsi $gof(x)=2x^2+6x$

- $f(x)=\frac{2x+1}{3x-1}$ et g(x)= x+2

$gof(x)=g[f(x)]=g(\frac{2x+1}{3x-1})=\frac{2x+1}{3x-1}+2$

Ainsi $gof(x)=\frac{8x-1}{3x-1}$

$fog(x)=f[g(x)]=f(x+2)=\frac{2(x+2)+1}{3(x+2)-1}$

Ainsi $fog(x)=\frac{2x+5}{3x+5}$

Propriétés

- En général, $fog\neq gof$
- Si f , g et h sont des fonctions, $fo(goh)=(fog)oh=fogoh$