

## EQUATION ET INEQUATION

### 1 Equation

#### 1.1 Propriétés sur les égalités

- Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

A, b et c sont des nombres, si  $a = b$  alors  $a + c = b + c$

- Lorsqu'on multiplie par un même nombre chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité

A, b et c sont des nombres, si  $a = b$  alors  $ac = b + c$

#### 1.2 Définition

Une équation est une **égalité entre deux membres** contenant une ou plusieurs **variables**

#### 1.3 Exemples et vocabulaires :

(E):  $3x + 1 = 2x - 5$  est une équation

- $x$  est la **variable** de cette équation
- Si on donne la valeur  $-6$ , on a un égalité vraie :  $3(-6) + 1 = 2(-6) - 5 \Rightarrow -17 = -17$   
On dit que  $-6$  **vérifie l'équation (E)** ou que  $-6$  est une **solution** de l'équation (E)
- Résoudre une équation**, c'est trouver **toutes** ses solutions

#### 1.4 Equation de type $x + a = b$

##### Propriété

Les équations du type  $x = a$ , d'inconnue  $x$ , ont une seule solution : le nombre  $a$

##### Méthode

Pour résoudre une équation de type  $x + a = b$ , on ajoute à chacun de ses membres l'opposé de  $a$ .

$$x + a = b \Leftrightarrow x + a - a = b - a \Leftrightarrow x = b - a$$

$$\text{Alors } S = \{b - a\}$$

**Exemple :**

Réolvons les équations suivantes :

$$(E_1) : x - 5 = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x - 5 + 5 = 0 + 5$$

$$x = 5$$

$$\text{D'où } \underline{S = \{5\}}$$

$$(E_2) : x + 7 = -2$$

$$x + 7 = -2$$

$$x + 7 - 7 = -2 - 7$$

$$x = -9$$

$$\text{D'où } \underline{S = \{-9\}}$$

## 1.5 Equation de type $ax = b$

### Méthode

Pour résoudre une équation de type  $ax = b$ , on multiplie chacun de ses membres par  $\frac{1}{a}$  (inverse de  $a$ )

$$ax = b \Leftrightarrow ax \times \frac{1}{a} = b \times \frac{1}{a} \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$$

$$\text{Alors } S = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$$

**Exemple :**

Réolvons les équations suivantes :

$$(E_1) : -2x = 12$$

$$-2x = 12$$

$$\frac{1}{-2} \times (-2x) = 12 \times \frac{1}{-2}$$

$$x = \frac{12}{-2}$$

$$\text{D'où } \underline{S = \{-6\}}$$

$$(E_2) : 7x = -2$$

$$7x = -2$$

$$\frac{1}{7} \times 7x = -2 \times \frac{1}{7}$$

$$x = \frac{-2}{7}$$

$$\text{D'où } S = \left\{ \frac{-2}{7} \right\}$$

$$(E_3) : \frac{2}{3}x = -9$$

$$\frac{2}{3}x = -9$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}x = -9 \times \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{-27}{2}$$

$$\text{D'où } S = \left\{ \frac{-27}{2} \right\}$$

## 1.6 Equation de type $ax + b = c$

Pour résoudre une équation de ce type :

- On élimine  $b$  du premier membre en ajoutant à chacun de ses membres l'opposé de  $b$

$$ax + b = c \Leftrightarrow ax + b - b = c - b \Leftrightarrow ax = c - b$$

- On a alors la nouvelle équation  $ax = c - b$ , pour continuer la résolution, on multiplie chacun de ses membres par  $\frac{1}{a}$  (inverse de  $a$ )

$$ax = c - b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \times ax = (c - b) \times \frac{1}{a} \Leftrightarrow x = \frac{c - b}{a}$$

Exemple :

$$(E_1) : -2x - 6 = 10$$

$$-2x - 6 = 10$$

$$-2x - 6 + 6 = 10 + 6$$

$$-2x = 16$$

$$\frac{1}{-2} \times (-2x) = 16 \times \frac{1}{-2}$$

$$x = \frac{-16}{2}$$

$$\text{D'où } S = \{-8\}$$

## 1.7 Equation de type $ax + b = cx + d$

Pour résoudre une équation de ce type :

- On regroupe les deux termes avec  $x$  dans un même membre et les deux termes constants dans un même membre
- Puis on applique les précédentes méthodes

Exemple :

$$(E_1) : 2x - 3 = 10x + 8$$

$$2x - 3 = 10x + 8$$

$$2x - 3 + 3 = 10x + 8 + 3$$

$$2x = 10x + 11$$

$$2x - 10x = 10x - 10x + 11$$

$$-8x = 11$$

$$\frac{1}{-8} \times (-8x) = 11 \times \frac{1}{-8}$$

$$x = \frac{-11}{8}$$

$$S = \left\{ \frac{-11}{8} \right\}$$

## 2 Inéquation

### 2.1 Inégalité et addition, inégalité et multiplication

- Lorsqu'on ajoute un même nombre à chaque membre d'une inégalité, on obtient une inégalité de même sens

$a, b$  et  $c$  sont des nombres. Si  $a < b$  alors  $a + c < b + c$

- Lorsqu'on multiplie par un même nombre positif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient nouvelle inégalité de même sens

$a, b$  et  $c$  sont des nombres,  $c > 0$ . Si  $a < b$  alors  $ac < bc$

- Lorsqu'on multiplie par un même nombre positif non nul chaque membre d'une inégalité, on obtient nouvelle inégalité de même sens

$a, b$  et  $c$  sont des nombres,  $c < 0$ . Si  $a < b$  alors  $ac > bc$

## 2.2 Inéquation de type $x - a < b$

### Exemple 01

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_1): x + 7 > -8$

$$x + 7 > -8$$

$$x + 7 - 7 > -8 - 7$$

$$x > -15$$

Chaque nombres plus grand que  $-15$  est solution de  $(I_1)$

### Exemple 02

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_2): x - 12 < -20$

$$x - 12 < -20$$

$$x - 12 + 12 < -20 + 12$$

$$x < -8$$

Chaque nombres plus petit que  $-8$  est solution de  $(I_2)$

### Exemple 03

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_3): x + 10 \leq -1$

$$x + 10 \leq -1$$

$$x + 10 - 10 \leq -1 - 10$$

$$x \leq -11$$

Chaque nombres plus petit ou égal à  $-11$  est solution de  $(I_3)$

## 2.3 Inéquation de type $ax < b$

### Exemple 01

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_1): 2x > -8$

$$2x > -8$$

$$\frac{1}{2} \times 2x > -8 \times \frac{1}{2} \quad (\text{l'inégalité ne change pas de sens car } \frac{1}{2} \text{ est positif})$$

$$x > \frac{-8}{2}$$

$$x > -4$$

Chaque nombres plus grand que  $-4$  est solution de  $(I_1)$

### Exemple 02

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_2)$ :  $-7x < -20$

$$-7x < -20$$

$$\frac{1}{-7} \times (-7x) > -20 \times \frac{1}{-7} \quad : \text{ l'inégalité change de sens car } \frac{1}{-7} \text{ est négatif}$$

$$x > \frac{-20}{7}$$

Chaque nombres plus grand que  $\frac{-20}{7}$  est solution de  $(I_2)$

### Exemple 03

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_3)$ :  $\frac{-7}{5} x \leq \frac{-21}{25}$

$$\frac{5}{-7} \times \frac{-7}{5} x \geq \frac{-21}{25} \times \frac{5}{-7} \quad : \text{ l'inégalité change de sens car } \frac{5}{-7}$$

$$x \geq \frac{-21 \times 5}{25 \times (-7)}$$

$$x \geq \frac{3}{5}$$

Chaque nombres plus grand ou égal à  $\frac{3}{5}$  est solution de  $(I_3)$

## 2.4 Inéquation de type $ax + b < cx + d$

### Exemple 01

Soit à résoudre l'inéquation  $(I_1)$ :  $2x + 7 > 5x - 8$

$$2x + 7 > 5x - 8$$

$$2x + 7 - 7 > 5x - 8 - 7$$

$$2x > 5x - 15$$

$$2x - 5x > 5x - 5x - 15$$

$$-3x > -15$$

$$\frac{1}{-3} \times (-3x) < -15 \times \frac{1}{-3}$$

$$x < 5$$

Chaque nombres plus petit que 5 est solution de  $(I_1)$