

NOMBRES RATIONNELS

1. Ensembles des nombres rationnels

1.1 Définition

Un nombre rationnel est un nombre égal à une fraction ou à l'opposé d'une fraction

L'ensemble des nombre rationnels est noté : \mathbb{Q}

1.2 Exemple

Les nombres suivants sont des nombres rationnels : 0,5 ; 0,75 ; 12 ; -0,25 car

$$0,5 = \frac{1}{2} ; 0,75 = \frac{3}{4} ; 12 = \frac{12}{1} ; -0,25 = -\frac{1}{4}$$

2. Ecriture des nombres rationnels

2.1 Propriétés

- a et b sont des nombres entiers naturels et non nuls, on a :

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

- Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme $\frac{c}{d}$ où c et d sont des nombres entiers relatifs et d non nul.

2.2 Quotient

a et b sont des nombres entiers relatifs et b non nul.

On appelle quotient de a par b le nombre rationnel q tel que a et $a = bq$

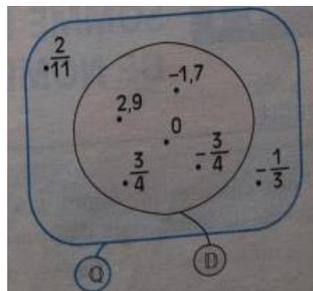
On note $q = \frac{a}{b}$;

2.3 Remarques

- L'ensemble \mathcal{D} est une partie de l'ensemble \mathbb{Q} des nombres rationnels.
- On note $\mathcal{D} \subset \mathbb{Q}$

On lit l'ensemble \mathcal{D} est **inclus** dans l'ensemble \mathbb{Q}

- Chaque nombre décimal relatif est un nombre rationnel.



3. Opération sur les nombres rationnels

3.1 Somme et différence de deux nombres rationnels

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux nombres rationnels écrits sous forme de fraction :

- On les réduit à un même dénominateur positif
- On calcule la somme (ou la différence) des numérateurs des quotients obtenus.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - cb}{bd}$$

Exemples



$$\left(-\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{7}{15}\right) = \left(-\frac{3 \times 3}{5 \times 3}\right) + \left(-\frac{7}{15}\right) = \left(-\frac{9}{15}\right) + \left(-\frac{7}{15}\right) = \frac{-9 - 7}{15} = \frac{-16}{15}$$



$$\left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{4}{7} = \left(-\frac{7 \times 7}{3 \times 7}\right) + \frac{4 \times 3}{3 \times 7} = \frac{-49 + 12}{21} = \frac{-37}{21}$$

3.2 Produit de deux nombres rationnels

a, b, c et d sont des nombres ; b et d sont non nuls.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples



$$\frac{2}{7} \times \frac{11}{3} = \frac{2 \times 11}{7 \times 3} = \frac{22}{21}$$



$$\frac{-12}{13} \times \frac{3}{-4} = \frac{(-12) \times 3}{13 \times (-4)} = \frac{-36}{-52}$$

3.3 Puissance entière d'un nombre rationnel

a et b sont des nombres, n est nombre entier naturel; d est non nuls. On a :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemples



$$\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$$



$$\left(\frac{-8}{5}\right)^3 = \frac{(-8)^3}{5^3} = \frac{-512}{125}$$

3.4 Inverse d'un nombre rationnel

➤ a et b sont des nombres entiers relatifs non nuls. On a $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

➤ On dit que $\frac{a}{b}$ et $\frac{b}{a}$ sont des nombres rationnels inverse l'un de l'autre.

Exemples

- L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$
- L'inverse de $\frac{11}{4}$ est $\frac{4}{11}$
- L'inverse de 25 est $\frac{1}{25}$

3.5 Quotient de deux nombres rationnels

a et b sont des nombres entiers relatifs et b non nul.

On appelle quotient de a par b le nombre rationnel q tel que a et $a = bq$

4 On note $q = \frac{b}{a}$;

$a ; b, c$ et d sont des nombres entiers relatifs non nuls. On a :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples



$$\frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{14}$$



$$\frac{\frac{-6}{11}}{\frac{5}{-2}} = \frac{-6}{11} \times \frac{-2}{5} = \frac{12}{55}$$