

## CALCUL SUR LES EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

### 1. Expression littérales

#### 1.1 Définition :

- Une expression littérale est une expression qui contient des lettres.
- Pour avoir la valeur numérique d'une expression littérale, on remplace ses lettres par les nombres donnés.

#### Exemples :

$A = 2 \times x + 3$  est une expression littérale **de variable  $x$  ou d'inconnue  $x$**

Calculons la valeur de l'expression  $A$  pour  $x = 1$

$$\text{On a : } A = 2 \times x + 3$$

Pour  $x = 1$  , on fait :

$$A = 2 \times 1 + 3$$

$$= 2 + 3$$

$$= 5$$

Donc pour  $x = 1$  ,  $A = 5$

**Remarques :** pour alléger l'écriture, on peut ne pas écrire le signe de la multiplication entre une lettre et un nombre

**1.2 Exemples :**  $2 \times x = 2x$  ;  $-7 \times y = -7y$

### 2. Sommes algébriques

#### 2.1 Organiser le calcul

Pour calculer une somme, on peut déplacer ou regrouper certains termes de cette somme

Exemple :

Soit à calculer la somme  $S = (-2,3) + (+41,5) + (-0,7) + (-1,5)$

En regroupant les termes, on a :

$$S = (-2,3) + (-0,7) + (+41,5) + (-1,5)$$

$$= (-3) + (+40)$$

$$\underline{S = 37}$$

## 2.2 Réduire une somme

✚ Réduire un somme c'est la transformer en une somme ayant moins de termes.

✚ Propriétés :

$a, b$  et  $c$  sont des nombres relatifs ; on a :

$$a+(b-c)= a+b-c$$

$$a-(b+c)= a-b-c$$

$$a-(b-c)= a-b+c$$

**Exemple :**

Réduisons les sommes algébriques suivantes :

$$A=9-(x-2,5)$$

$$=9-x+2,5$$

$$=-x+9-2,5$$

$$\underline{A=-x+6,5}$$

$$B=2+x-(5-x)$$

$$=2+x-5+x$$

$$=x+x+2-5$$

$$\underline{B=2x-3}$$

## 3. Propriétés des puissances

### 3.1 Définition :

$A$  est un nombre relatifs,  $n$  est un nombre entier naturel plus grand que 1.

$a^n$  désigne le produit de  $n$  entiers naturels égaux au nombre  $a$

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

### 3.2 Propriétés :

- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- Si  $n$  pair, alors  $(-a)^n = a^n$
- Si  $n$  impair, alors  $(-a)^n = -a^n$

- Si  $m \geq n$  alors  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  (a non nul)
- Si  $m \leq n$  alors  $\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$  (a non nul)
- Si  $m = n$  alors  $\frac{a^m}{a^n} = 1$  (a non nul)

## 4. Développement et réduction

### 4.1 Règles de priorité

En l'absence de parenthèse,

- ✚ La multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction
- ✚ Le calcul de puissance est prioritaire sur la multiplication

### 4.1 Développement

Développer un produit c'est l'écrire sous forme d'une somme

A, x et y sont des nombres relatifs

On a :

- ✚  $a(x + y) = ax + ay$
- ✚  $a(x - y) = ax - ay$
- ✚  $(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$

#### Exemple :

Développer puis réduire les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll}
 A = 2x(3 - 5x) & B = -7(3x - 5) & C = (2x - 3)(8 - x) \\
 A = 2x \times 3 - 5x \times 2x & B = -7 \times 3x - 5 \times (-7) & C = 2x(8 - x) - 3(8 - x) \\
 A = 6x - 10x^2 & B = -21x + 35 & C = 2x \times 8 + 2x \times (-x) - 3 \times 8 - 3 \times (-x) \\
 & & C = 16x - 2x^2 - 24 + 3x \\
 & & C = -2x^2 + 19x - 24
 \end{array}$$

## 5. Factorisation

Factoriser une somme c'est l'écrire sous forme d'un produit

### Mise en évidence d'un facteur commun

- ✚ Soit  $E = ax + ay$  une expression. Le nombre  $a$  est un facteur commun de cette expression.

On a alors :

$E = a(x + y)$  : C'est la version factorisée de l'expression  $E$

**Exemple :**

Factorisons les expressions suivantes :

$$A = 20x - 8$$

$$A = 4 \times 5x - 2 \times 4$$

$$\underline{A = 4(5x - 2)}$$

$$B = 5x^2 - 7x^8 + 2x^3$$

$$B = 5 \times x^2 - 7 \times x^2 \times x^6 + 2 \times x^2 \times x$$

$$\underline{B = x^2(5 - 7x^6 + 2x)}$$

$$B = (x + 3)(2x - 5) + 3x(x + 3)$$

$$B = (x + 3)[(2x - 5) + 3x]$$

$$B = (x + 3)(2x - 5 + 3x)$$

$$B = (x + 3)(2x + 3x - 5)$$

$$\underline{B = (x + 3)(5x - 5)}$$

## 6. Produits remarquables

**Propriétés :**

a et b sont deux nombres relatifs, on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

**Utilisation :**

✚ **Produits remarquables pour développer**

- Expression de la forme  $(a + b)^2$

**Exemples :**

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \times 3 + 3^2$$

$$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(-3x + 7)^2 = (-3x)^2 + 2(-3x) \times 7 + 7^2$$

$$(-3x + 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49$$

- Expression de la forme  $(a - b)^2$

Exemples :

$$(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \times 5 + 5^2$$

$$(4y - 6)^2 = (4y)^2 + 2(4y) \times 6 + 6^2$$

$$(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(4y - 6)^2 = 16y^2 - 48y + 36$$

- Expression de la forme  $(a - b)(a + b)$

Exemples :

$$(x - 9)(x + 9) = x^2 - 9^2$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = (2x)^2 - 1^2$$

$$(x - 9)(x + 9) = x^2 - 81$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1$$

### ✚ Produits remarquables pour factoriser

- Expression de la forme  $a^2 + 2ab + b^2$
- Exemples :

$$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times 7 \times x + 7^2$$

$$x^2 + 17x + 49 = (x - 7)^2$$

- Expression de la forme  $a^2 - 2ab + b^2$

$$m^2 - 16m + 64 = m^2 + 2 \times 8 \times m + 8^2$$

$$m^2 - 16m + 64 = (m - 8)^2$$

- Expression de la forme  $a^2 - b^2$

$$t^2 - 100 = t^2 - 10^2$$

$$25x^2 - 121 = (5x)^2 - 11^2$$

$$t^2 - 100 = (t - 10)(t + 10)$$

$$25x^2 - 121 = (5x - 11)(5x + 11)$$