



Série : Littéraire
Option : A
Code matière : 009

Épreuve de : MATHÉMATIQUES
Durée : 02 heures 15 minutes
Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3



- N.B. :** - Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 (05 points) :

Soit la suite (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, 2U_{n+1} + 1 = U_{n+1} + U_n \end{cases}$$

1. a) Montrer que (U_n) est une suite arithmétique de raison $r = -1$. (1 pt)
 - b) Exprimer (U_n) en fonction de n . (0,5 pt)
 - c) Déterminer N pour que $U_N = -98$. (1 pt)
 - d) Calculer la somme $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{100}$. (0,5 pt)
2. Soit (V_n) la suite définie par $V_n = e^{2-n}$.

Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme V_0 .

(2 pts)

EXERCICE 2 (05 points) :

Une boîte contient 5 jetons indiscernables au toucher dont 3 noirs et 2 blancs.

1. On tire au hasard et simultanément 3 jetons de la boîte. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- A : « Obtenir 3 jetons de même couleur ». (1 pt)
 B : « Obtenir exactement deux jetons noirs ». (1 pt)
 C : « Obtenir au moins un jeton blanc ». (1 pt)

2. On tire successivement et sans remise 3 jetons de la boîte. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- D : « Obtenir deux jetons noirs aux deux premiers tirages et un blanc au dernier ». (1 pt)
 E : « Obtenir exactement un jeton blanc ». (1 pt)

NB : Donner les résultats sous forme de fractions irréductibles.

PROBLEME (10 points) :

On considère la fonction numérique f définie par $f(x) = x + 2 + e^{-x}$.

A1 A2

On note (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f . (1) (1)
2. a) Montrer que pour tout $x \neq 0$; $f(x) = x \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{xe^x} \right)$. (1) (0,75)
- b) Sachant que $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0^-$; calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (0,5) (0,5)

- | | A1 | A2 |
|---|-------|--------|
| c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. | (0,5) | (0,5) |
| 3. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = \frac{e^x - 1}{e^x}$ où f' est la fonction dérivée de f . | (1) | (0,75) |
| 4. a) Etudier le signe de $e^x - 1$ sur \mathbb{R} . | (0,5) | (0,25) |
| b) Dresser le tableau de variation de f . | (1,5) | (1,5) |
| 5. Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote oblique à (\mathcal{C}). | (1) | (0,5) |
| 6. Calculer $f(-2)$ et $f(-1)$ à 0,01 près. | (1) | (0,5) |
| 7. Tracer la partie de la courbe (\mathcal{C}) sur l'intervalle $[-2; +\infty[$ en précisant son asymptote oblique. | (2) | (1,75) |

Pour A2 seulement :

8. Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - e^{-x}$.
- a) Calculer $F'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Que peut-on en conclure ? (1)
- b) Calculer, en cm^2 et à 0,01 près, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (\mathcal{C}), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$. (1)

