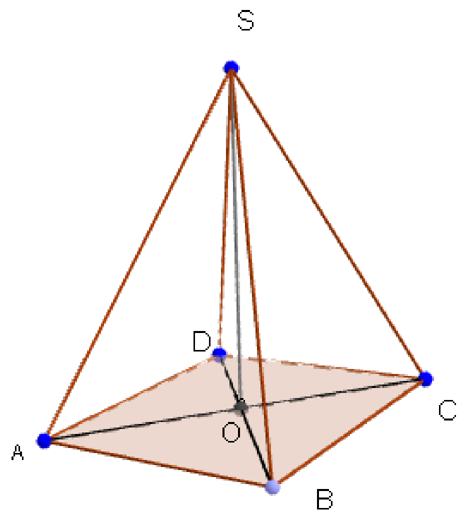
Configuration de l’espace

1. Pyramide régulière

1.1 Définition

Une pyramide est un solide constitué par une base qui est un polygone, et dont les faces latérales sont des triangles qui ont un sommet commun S.

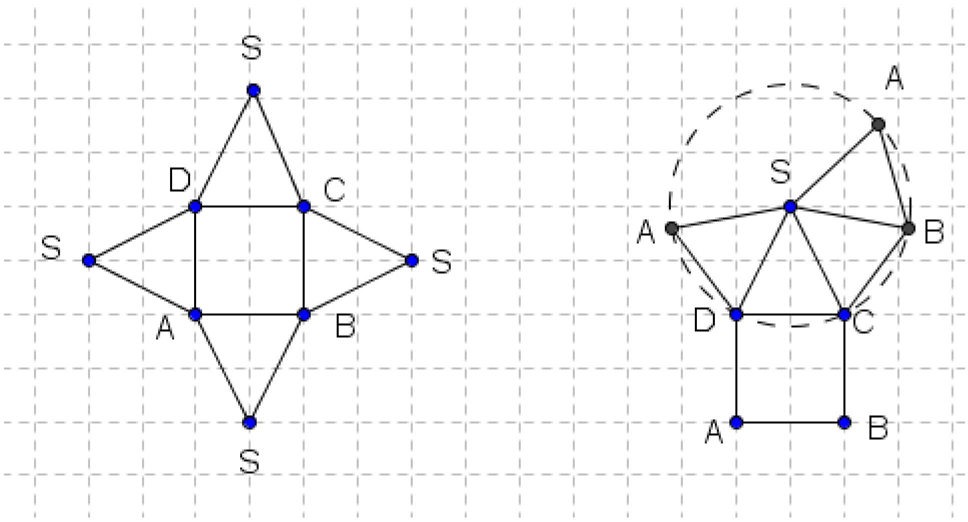


L’ hauteur de la pyramide est le segment issu du sommet S et perpendiculaire à sa base au milieu. Le

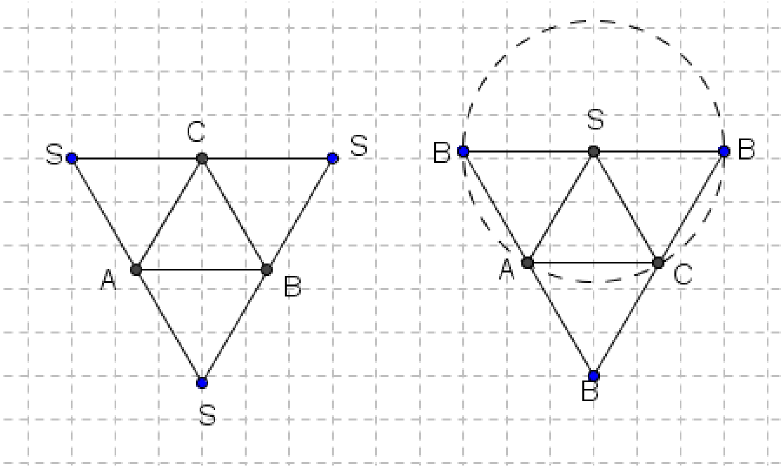
On dit que la pyramide est régulière si sa base est un polygone régulier et ses faces latérales des triangles isocèles superposables.

1.2 Patrons

- Deux patrons différents à base carrée



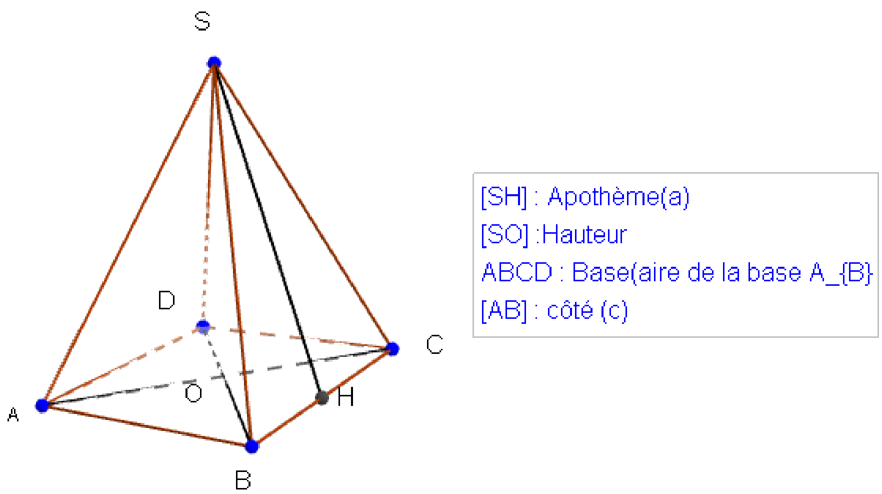
- Deux patrons différents à base triangulaire



1.3 Formules

1.3.1 Apothème

L'apothème d'une pyramide est le segment reliant son sommet et le milieu d'un côté de la base.



1.3.2 Formules

Aire latérale $A_t = \dfrac{Aire\ de\ la\ base\ x\ apothème}{2}$

Aire de la base (base carré) ; A_b = c x c

Aire de la base (base rectangulaire) ; $A_b = \dfrac{AB\ X\ CH}{2}$

Volume : $V = \dfrac{Aire\ de\ la\ base\ x\ hauteur}{3}$

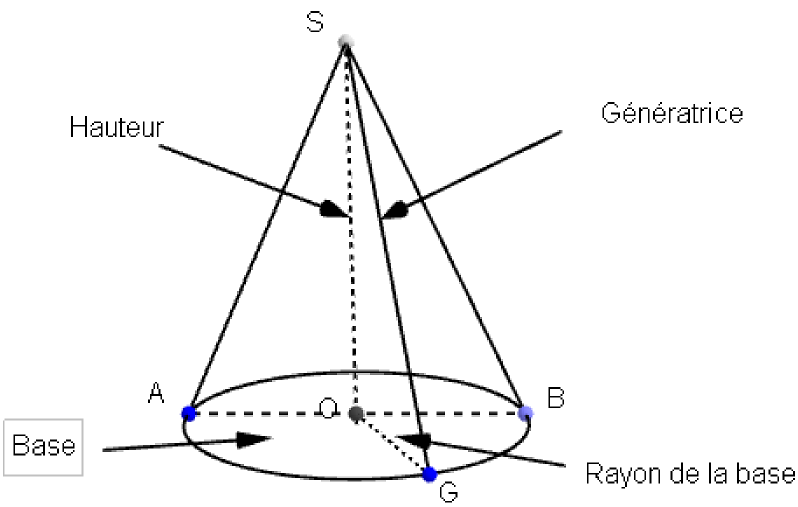
1.3.3 Calcul de la hauteur

- Pyramide à base carrée
  $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2}$ avec AO = $AB\,x\,\sqrt{2}$
- Pyramide à base triangulaire
  $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2}$ avec AO = $\frac{2}{3}AA'$ et AA' = $AB\frac{\sqrt{3}}{2}$ (base triangle latéral)

2. Cône de révolution

2.1 définition

Un cône de révolution est un solide engendré par un triangle isocèle tournant autour de son axe de symétrie. Le segment [GH] est appelé une génératrice .



Un cône a pour base un disque. Le segment perpendiculaire a la base et passant par le sommet est appelé hauteur du cône

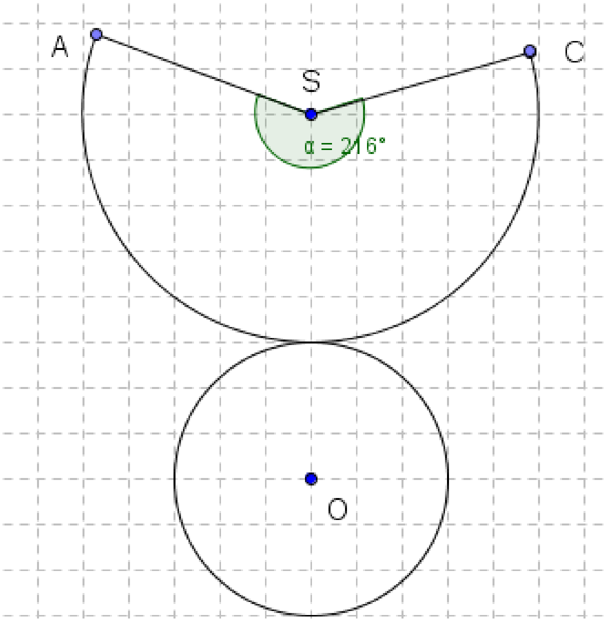
2.2 Patron

Pour réaliser le patron, d'un cône, il faut construire le petit disque de rayon r = OA et la portion du grand disque de rayon A= SA.
Par exemple, si on sait que SO=4cm, OA=3cm.
Tracer le petit disque ne pose aucun problème.
Pour tracer la portion du grand disque, il faut calculer SA et une mesure de l'angle $\hat{S}$.
La formule de Pythagore donne SA² = SO² +AO² = 4² +3² = 25. D'où SA =5cm

Le périmètre du petit disque est p = $2\pi r$ = $2\pi x 3$ = 6π

Le périmètre du grand disque est P = $2\pi r$ = $2\pi x 5$ = 10π

On a : $\frac{\hat{S}}{6\pi}$ = $\frac{360}{10\pi}$. Donc $\hat{S}$ = $\frac{360\,x\,6\pi}{10\pi}$ Enfin , $\hat{S}$ =216°



2.3 Formules

O centre de la base

OG = r : rayon de la base

AS = a: génératrice

SO = h : hauteur

A_b :surface de la base

A_L : surface latérales

2.3.1 Surfaces

$$A_b=\pi r^2$$

$$A_L=\frac{Pxa}{2}$$

2.3.2 Calcul de la hauteur

SO² +AO² = SA² (Pythagore)

Donc SO = $\sqrt{SA^2-AO^2}$ = $\sqrt{a^2-r^2}$

2.3.3 Volume du cône de révolution

La formule est la même qu'une pyramide.

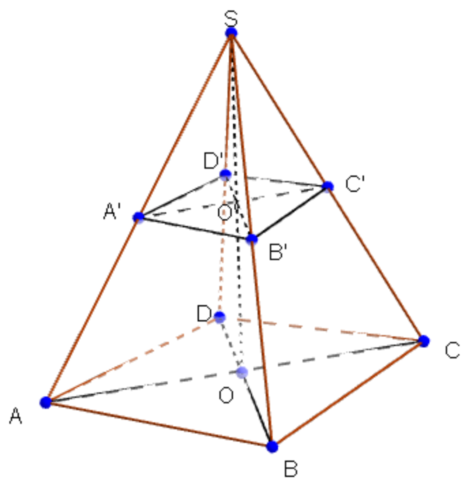
$$V_C = \frac{Aire\,de\,la\,base\,x\,hauteur}{3} = \frac{\pi r^2\sqrt{a^2-r^2}}{3}$$

3. Section plane

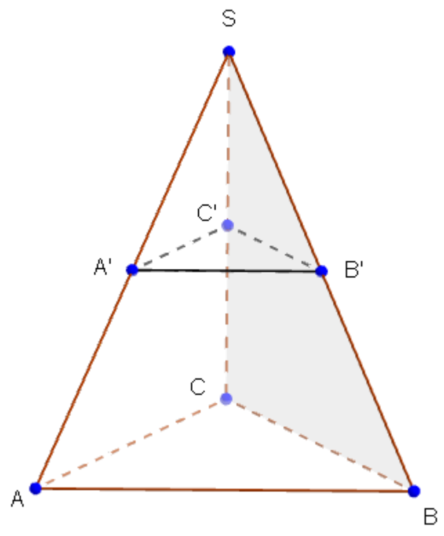
3.1 section d'une pyramide régulière

- Pyramide à base carrée

Soit une pyramide SABCD à base carrée. Si on la coupe par un plan parallèle à la base, leur intersection est un carré A'B'C'D' : c'est la section de la pyramide par ce plan.



- Pyramide à base rectangulaire



La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone qui a la même nature que cette base. Les côtés de ces polygone sont deux à deux parallèles.

3.2 Section d'un cône de révolution

Pour un cône de sommet S dont la base a pour centre O et pour diamètre AB , sa section par un plan parallèle à sa base est un cercle.

4. Propriétés de réduction

Réduction d'une pyramide

La section d'une pyramide