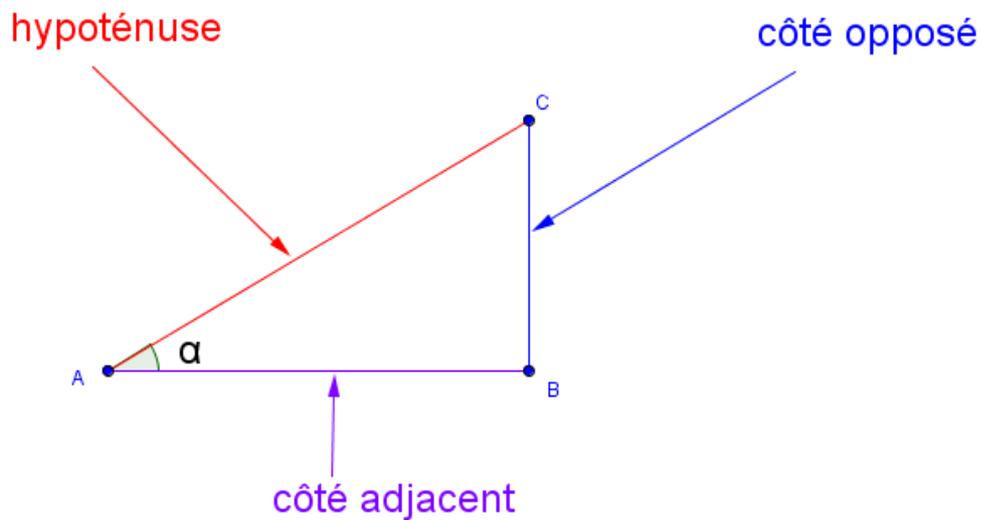


Trigonométrie

1. Rapport trigonométrique d'un angle aigu

1.1 Triangle rectangle

Un triangle rectangle possède un angle droit. Le côté opposé à cet angle droit est l'hypoténuse du triangle.



1.2 Rappel propriété de Pythagore

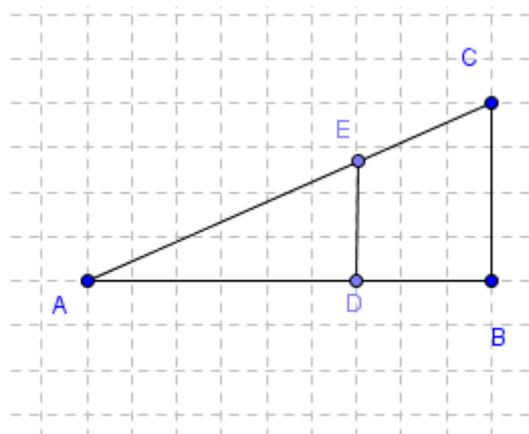
ABC est un triangle rectangle en B.

$$\text{on a : } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

1.3 Rapport trigonométrique d'un angle aigu

1.3.1 Observations

On considère les deux triangles ADE et ABC.



D'après le théorème de Thalès, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ alors $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$. Si on considère un autre rectangle ANP rectangle en N (P est sur (AC)), on obtient encore le même rapport. On peut généraliser ce rapport dans les triangles ADE ou ABC ou ANP par le rapport du côté adjacent et l'hypoténuse.

Ce nombre est appelé cosinus de l'angle α . $\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$

De la même manière, on obtient $\frac{DE}{AE} = \frac{BC}{AC}$. On peut généraliser ce rapport dans les triangles ADE ou ABC ou ANP par le rapport du côté opposé et l'hypoténuse.

Ce nombre est appelé sinus de l'angle α . $\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$

Enfin, d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, alors $\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD}$. Ce qu'on peut généraliser par le rapport du côté opposé et du côté adjacent. Ce nombre est appelé tangente de α

$\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

1.3.2 Définition

Dans un triangle rectangle

Le cosinus d'un angle aigu est le rapport du côté adjacent à cet angle par l'hypoténuse

Le sinus d'un angle aigu est le rapport du côté opposé à cet angle par l'hypoténuse

La tangente à un angle aigu est le quotient du côté opposé par le côté adjacent

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

1.3.3 Propriétés

- Le cosinus et le sinus est un réel de plus grand que -1 et plus petit que 1
 $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ et $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

1.4 Angles complémentaires

1.4.1 Définition

deux angles sont complémentaires si leur somme vaut un angle droit

Ainsi $\alpha = 30^\circ$ et $\beta = 60^\circ$ sont complémentaires

1.4.2 Propriétés

Pour deux angles complémentaires, le sinus de l'un est égal au cosinus de l'autre et vice-versa. La tangente de l'un est l'inverse de la tangente de l'autre.

1.5 Angles supplémentaires

Deux angles sont supplémentaires si la somme de leur mesure donne un angle plat.

Deux angles supplémentaires ont même sinus et de cosinus opposés

2. Utilisation de la trigonométrie

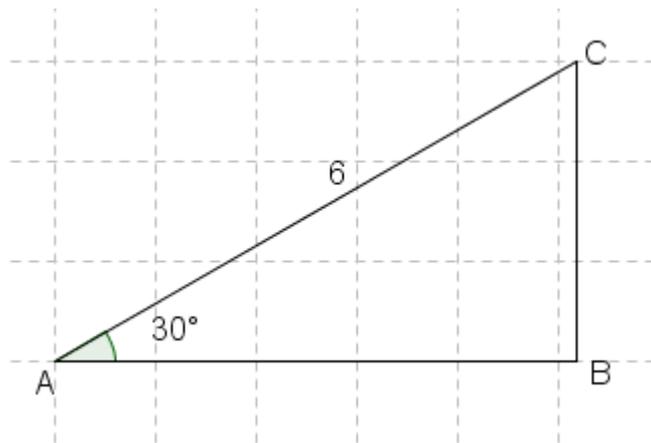
2.1 Tableau des rapports trigonométriques des angles remarquables

Angles	0°	30°	45°	60°	90°
cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tangente	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Non défini

2.2 Applications

2.2.1 Calcul de la longueur d'un côté dont on connaît la mesure d'un angle

on va l'apprendre à l'aide d'un exemple. ABC est un triangle rectangle en B tel que AC = 6 et $\hat{C} = 30^\circ$
Calculer AB



$$\text{On a } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{AC} \text{ . Alors , } AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ donc } AB = 5,2$$

2.2.2 Calcul de la mesure d'un angle dont on connaît les longueurs des côtés

on va l'illustrer à l'aide d'un exemple. ABC est un triangle rectangle en B tel que AC = 8 et CB = 3.

Donner la mesure de l'angle \hat{C}

Réponse

On a [AC] : côté adjacent , [AC] hypoténuse . On utilise la formule du cosinus.

$$\cos \hat{C} = \frac{CB}{AC} = \frac{3}{8} = 0,375 . \text{ En lisant la table } \hat{C} = 68^\circ$$

2.3 La table trigonométrique

c'est une table qui donne les rapports trigonométriques des angles de 0° à 90°

Trig Table											
Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle	Sine	Cosine	Tangent	Angle	Sine	Cosine	Tangent
1	0.0175	0.9998	0.0175	31	0.5150	0.8572	0.6009	61	0.8746	0.4848	1.8040
2	0.0349	0.9994	0.0349	32	0.5299	0.8480	0.6249	62	0.8829	0.4695	1.8807
3	0.0523	0.9986	0.0524	33	0.5446	0.8387	0.6494	63	0.8910	0.4540	1.9626
4	0.0698	0.9976	0.0699	34	0.5592	0.8290	0.6745	64	0.8988	0.4384	2.0503
5	0.0872	0.9962	0.0875	35	0.5736	0.8192	0.7002	65	0.9063	0.4226	2.1445
6	0.1045	0.9945	0.1051	36	0.5878	0.8090	0.7265	66	0.9135	0.4067	2.2460
7	0.1219	0.9925	0.1228	37	0.6018	0.7986	0.7536	67	0.9205	0.3907	2.3559
8	0.1392	0.9903	0.1405	38	0.6157	0.7880	0.7813	68	0.9272	0.3746	2.4751
9	0.1564	0.9877	0.1584	39	0.6293	0.7771	0.8098	69	0.9336	0.3584	2.6051
10	0.1736	0.9848	0.1763	40	0.6428	0.7660	0.8391	70	0.9397	0.3420	2.7475
11	0.1908	0.9816	0.1944	41	0.6561	0.7547	0.8693	71	0.9455	0.3256	2.9042
12	0.2079	0.9781	0.2126	42	0.6691	0.7431	0.9004	72	0.9511	0.3090	3.0777
13	0.2250	0.9744	0.2309	43	0.6820	0.7314	0.9325	73	0.9563	0.2924	3.2709
14	0.2419	0.9703	0.2493	44	0.6947	0.7193	0.9657	74	0.9613	0.2756	3.4874
15	0.2588	0.9659	0.2679	45	0.7071	0.7071	1.0000	75	0.9659	0.2588	3.7321
16	0.2756	0.9613	0.2867	46	0.7193	0.6947	1.0355	76	0.9703	0.2419	4.0108
17	0.2924	0.9563	0.3057	47	0.7314	0.6820	1.0724	77	0.9744	0.2250	4.3315
18	0.3090	0.9511	0.3249	48	0.7431	0.6691	1.1106	78	0.9781	0.2079	4.7046
19	0.3256	0.9455	0.3443	49	0.7547	0.6561	1.1504	79	0.9816	0.1908	5.1446
20	0.3420	0.9397	0.3640	50	0.7660	0.6428	1.1918	80	0.9848	0.1736	5.6713
21	0.3584	0.9336	0.3839	51	0.7771	0.6293	1.2349	81	0.9877	0.1564	6.3138
22	0.3746	0.9272	0.4040	52	0.7880	0.6157	1.2799	82	0.9903	0.1392	7.1154
23	0.3907	0.9205	0.4245	53	0.7986	0.6018	1.3270	83	0.9925	0.1219	8.1443
24	0.4067	0.9135	0.4452	54	0.8090	0.5878	1.3764	84	0.9945	0.1045	9.5144
25	0.4226	0.9063	0.4663	55	0.8192	0.5736	1.4281	85	0.9962	0.0872	11.4301
26	0.4384	0.8988	0.4877	56	0.8290	0.5592	1.4826	86	0.9976	0.0698	14.3007
27	0.4540	0.8910	0.5095	57	0.8387	0.5446	1.5399	87	0.9986	0.0523	19.0811
28	0.4695	0.8829	0.5317	58	0.8480	0.5299	1.6003	88	0.9994	0.0349	28.6363
29	0.4848	0.8746	0.5543	59	0.8572	0.5150	1.6643	89	0.9998	0.0175	57.2900
30	0.5000	0.8660	0.5774	60	0.8660	0.5000	1.7321				