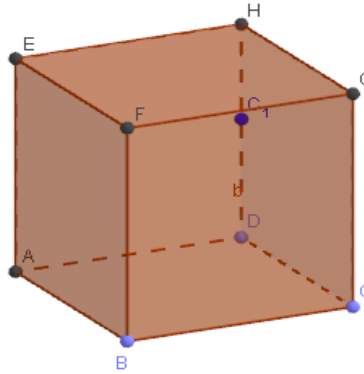


Exercices droites et plans de l'Espace

1. Exercice 1

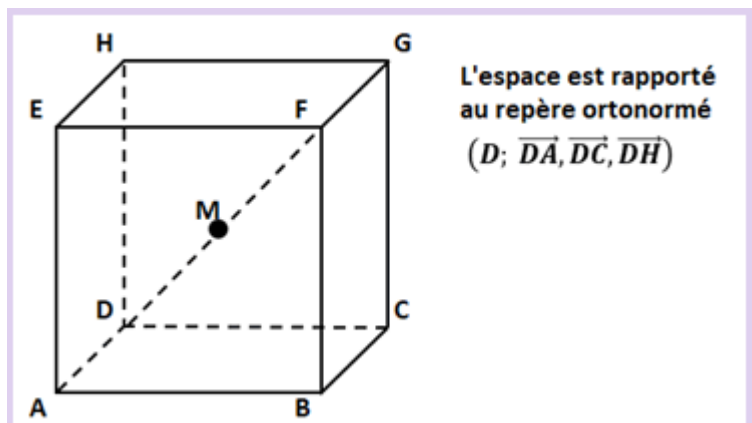
On considère le cube ABCDEFGH d'arête a comme la figure le montre.



1. Calculer $\vec{EC} \cdot \vec{AH}$. Les droites (EC) et (AH) sont-elles orthogonales ?
2. Calculer $\vec{FD} \cdot \vec{EG}$ puis $\vec{FD} \cdot \vec{EB}$. La droite (FD) est-elle orthogonale au plan (EGB) ?
3. On désigne par I le centre du carré ABFE. Les droites (GI) et (HC) sont-elles orthogonales ?

2. Exercice 2

On considère un cube ABCDEFGH dont la représentation graphique en est donnée ci-dessous. Ses arêtes sont de longueur 1.



1. Montrer que le vecteur \vec{DF} est normal au plan (EBG).
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (EBG).

3. Exercice 3

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

1. Écrire une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point A(4; -2; 1) et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

2. Écrire une représentation paramétrique de la droite (d) passant par les points A(1; -2; 4) et B(5 ; 1 ; 2)

4. Exercice 4

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

1. Écrire une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point A(1; -1; 1) et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. Écrire une représentation paramétrique de la droite (d) passant par les points A(-3; 2; -1) et B(-1 ; 3 ; 2)

5. Exercice 5

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

1. Déterminer une équation cartésienne du plan (P) qui passe par le point A(2;5;-1) et qui a pour vecteur normal $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Déterminer une équation cartésienne du plan (BCD) qui passe par les points B(2; -1; 1), C(-1; 0; 3) et D(-1;1; 4).

Indication : prendre comme vecteur normal $\vec{n} = \vec{AB} \wedge \vec{AC}$

3. Déterminer une équation cartésienne du plan médiateur du segment [EF] si E(-2 ; -4 ; 3) et F(1 ; -3 ; 5)

6. Exercice 6

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$,

1. Déterminer une équation cartésienne du plan P contenant le point A(4, -2, -3) et parallèle au plan (P') d'équation : $2x - 3y + 7z - 4 = 0$

2. Déterminer une équation cartésienne du plan (P₁) contenant le point A(-3, 1, -1) et orthogonal au plan (P'1) d'équations $2x - 3y + z - 4 = 0$.

7. Exercice 7

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(1 ; -2 ; 4)$, $B(-2 ; -6 ; 5)$, $C(5 ; 1 ; 2)$ et $E(-4 ; 0 ; -3)$ et le plan (P) d'équation $3x + 4y - z + 10 = 0$.

1. Montrer que la droite (AE) est orthogonale au plan (ABC).
2. Montrer que la droite (AB) est orthogonale au plan (P).
3. Préciser la position relative des plans (ABC) et (P) puis de la droite (AE) et du plan (P)

8. Exercice 8

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les plans (P), (Q), (R), (S) définis par leurs équations :

$$(P) : 5x + 3y - 2z - 4 = 0 \quad (Q) : -3x + y - 6z + 1 = 0 \quad (R) : x - \frac{1}{3}y + 2z + 5 = 0 \quad (S) : \frac{3}{2}x - y + 3z - 1 = 0$$

1. Montrer que les plans (P) et (Q) sont perpendiculaires et (Q) et (R) sont parallèles.
2. Le plan (S) est-il parallèle ou perpendiculaire à l'un d'entre eux ?