Dénombrement : exercices

Exercice 1 :

Une permutation d'un ensemble fini E est une façon d'ordonner les éléments de E

1°) Donner deux permutations de chacun des ensembles suivants :

a;b

1;2;3

a;e;i;o;u

2°) Combien y a-t-il de permutations d'un ensemble à 2 éléments ?d'un ensemble à 3 éléments ?d'un ensemble à 4 éléments ?d'un ensemble à 5 éléments ?d'un ensemble à 6 éléments ?

(On note $n!$ (factorielle n) le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments)

Exercice 2 :

1°) De combien de façons différentes peut-t-on ranger 5 boules de couleurs différentes dans 5 cases alignées de tels sortes que chaque case ne contienne qu'une seule boule ?

2°) Combien de sigles de 5 lettres différents peut-t-on former avec les lettres du mot « MATHS » ?

3°) Combien y-a-t-il d'ordre d'arrivées possibles lors d'une course d'endurance à 8 partants, si on suppose qu'il n'y a pas d'ex-æquo ?

4°) De combien de façon différentes peut-t-on numéroter de 1 à 9 les 9 chaines télévisées accessibles à Antananarivo ?

Exercice 3 :

Un arrangement 3 à 3 des éléments d'un ensemble fini E est une façon d'ordonner 3 éléments distincts de E

1°) On pose $E = a;b;c;d;e$

Donner trois arrangements 2 à 2 des éléments de E

Donner trois arrangements 3 à 3 des éléments de E

Donner trois arrangements 4 à 4 des éléments de E

Donner trois arrangements 5 à 5 des éléments de E. Que remarque-t-on ?

2°) a) Combien y a-t-il d'arrangements 2 à 2 dans un ensemble à 3 éléments ?

b) Combien y a-t-il d'arrangements 2 à 2 dans un ensemble à 4 éléments ?

c) Combien y a-t-il d'arrangements 3 à 3 dans un ensemble à 4 éléments ?

d) Combien y a-t-il d'arrangements 4 à 4 dans un ensemble à 9 éléments ?

e) Combien y a-t-il d'arrangements p à p dans un ensemble à n éléments ?

3°) On note A_n^p le nombre d'arrangements p à p dans un ensemble à n éléments

Vérifier que $A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$ $\quad (p < n \in IN)$

Exercice 4 :

1°) On dispose de 8 boules de couleurs différentes

De combien de façons différentes peut-t-on remplir 5 cases alignées avec des boules ? Chaque case ne peut contenir qu'une seule boule

2°) Combien de sigles de 5 lettres distincts peut-t-on former avec les lettres du mot « COMBIEN » ?

3°) Combien y a-t-il de résultats possibles en quinté, lors d'une course de chevaux à 10 partants, si on suppose qu'il n'y a pas d'ex-æquo ?

4°) De combien de façons différentes peut-t-on choisir un président, un vice-président, un secrétaire et un trésorier dans une classe de 40 élèves ?

Exercice 5 :

Une combinaison 3 à 3 des éléments d'un ensemble fini E est une façon de grouper 3 éléments distincts de E

1°) On considère l'ensemble $\mathbf{E} = \mathbf{a;b;c;d}$

a) Énumérer tous les arrangements 3 à 3 des éléments de E. Combien y en a-t-il ?

b) Énumérer toutes les combinaisons 3 à 3 des éléments de E. Combien y en a-t-il ?

2°) Soit la combinaison $\mathbf{a,c,d}$

a) Combien d'arrangements 3 à 3 peut-on former avec cette unique combinaison ?

b) Quelle relation lie le nombre d'arrangements 3 à 3 et le nombre de combinaisons 3 à 3 des éléments de E ?

3°) Soit E un ensemble fini à n éléments, et soit $p < n$

a) Combien d'arrangements p à p peut-t-on former avec une seule combinaison p à p des éléments de E ?

b) Quelle relation lie le nombre A_n^p et le nombre C_n^p, nombres de combinaisons p à p des éléments de E ?

c) Montrer que $C_n^p = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

Exercice 6 :

1°) On dispose de 8 boules identiques

De combien de façons différentes peut-t-on remplir 5 cases alignées avec des boules ? Chaque case ne peut contenir qu'une seule boule.

2°) De combien de façons différentes peut-t-on choisir 4 représentants de la classe dans une classe de 40 élèves ?

3°) Combien de mains de 13 cartes peut-on avoir dans un jeu de 32 cartes ?

Exercice 7 :

A l'arrivée d'une course de chevaux, le quinté gagnant dans l'ordre est le :

2 ; 7 ; 5 ; 9 ; 3

1°) Combien y-a-t-il de quintés gagnants ?

2°) Combien y-a-t-il de quintés gagnants dans le désordre ?

Exercice 8 :

1°) Calculer :

A_8^3	C_7^3	$2!\times 3!$
$6!$	A_{13}^3	C_{15}^{12}
C_{13}^8	$\dfrac{A_{12}^3}{4!}$	$\dfrac{4!\times A_{10}^4}{8!}$
$\dfrac{5!\times 4!}{6!\times 3!}$	$\dfrac{A_9^4}{A_9^3}$	$\dfrac{19!}{17!}$
$\dfrac{(n+1)!}{n!}$	$\dfrac{(n+2)!}{n!}$	C_{10}^1
C_{15}^0	$\dfrac{78!\times 204!}{80!\times 202!}$	$\dfrac{C_{15}^{13}\times C_{15}^{11}}{C_{15}^{10}}$
$\dfrac{C_{n+1}^p}{C_n^p}$	$\dfrac{100!\times 203!}{201!\times 101!}$	$4!\times \dfrac{A_{11}^3}{C_{12}^5}$
$\dfrac{59! \times 121!}{119! \times 60!}$	$\dfrac{A_{12}^4}{4! \times C_{11}^3}$	

2°) Résoudre dans IN les équations suivantes :

$C_n^2 = 7n$ $\qquad$ $C_n^2 = 21$

$C_x^5 = C_x^7$ $\qquad$ $C_x^3 = 56$

$\dfrac{C_n^3}{C_n^2} = 18$ $\qquad$ $\dfrac{C_n^5}{C_n^4} = 17$

$\dfrac{C_n^4}{C_n^2} = 13$ $\qquad$ $C_x^5 = C_x^7$

$C_n^2 + C_n^1 = C_n^0$ $\qquad$ $C_{x-1}^{x-5} = 3 \times C_{x-3}^{x-7}$

$2 \cdot C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + 2 \cdot C_n^3 = 7n$

Exercice 9 :

Montrer que :

$C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ $\qquad$ $C_n^p = C_n^{n-p}$

$C_{13}^{11} = C_{10}^{10} + C_{11}^{10} + C_{12}^{10}$

$C_{10}^5 = C_4^4 + C_5^4 + C_6^4 + C_7^4 + C_8^4 + C_9^4$

$C_{\mathrm{n}+1}^{n-1} = C_{n-2}^{n-2} + C_{n-1}^{n-2} + C_n^{n-2}$

$C_{n+1}^p = C_n^{n-p+1} + C_n^p$

$1 + C_{n+2}^{n-2} = n + C_{n-1}^2 + C_n^3 + C_{n+1}^4$

Exercice 10 :

Ecrire le plus simplement possible :

$C_x^5 + C_{x-1}^4 + C_{x-1}^3$ $\qquad$ $C_{15}^x + C_{14}^{x-1} + C_{14}^{x-2}$

$C_n^x + C_{n+1}^{x-1} + C_n^{x-1}$ $\qquad$ $C_{x-1}^{y-1} + C_{x-1}^y + C_x^{y+1}$

$C_{x-1}^3 + C_{x-1}^4 + C_x^{x-3}$ $\qquad$ $C_{2n-1}^3 + C_{2n}^{2n-3} + C_{2n-1}^4$

Exercice 11 :

On dispose de 7 jetons de couleurs différentes.

1°) Combien de groupes de 3 couleurs différentes peut-on former avec ces jetons ?

2°) De combien de façons différentes peut-on numéroter ces jetons de 1 à 7 ?

3°) On suppose maintenant que les 7 jetons sont déjà numérotés de 1 à 7 ; et on veut s'en servir pour former un nombre.

Combien de nombres de 3 chiffres distincts peut-on former avec ces jetons ?

Exercice 12 :

Au terme d'une réunion particulièrement animée, les huit membres d'un conseil d'administration se serrent la main.

Combien de poignées de mains seront ainsi échangées ?

Exercice 13 : Un sac contient 9 boules rouges et 7 boules vertes. On tire 5 boules.

a) Quel est le nombre de cas possibles ?

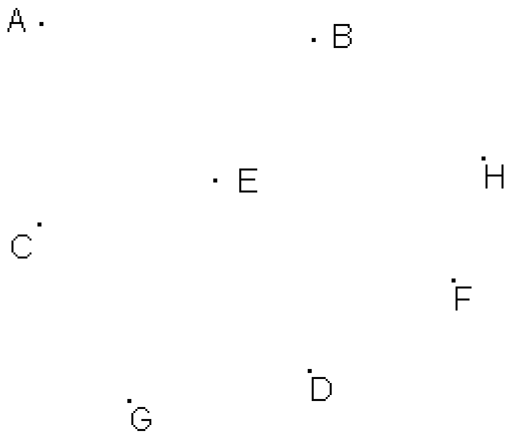
b) Déterminer le nombre de cas favorables à l'obtention de 5 boules de la même couleur.

c) Déterminer le nombre de cas favorables à l'obtention de 3 boules rouges et 2 boules vertes.

d) Déterminer le nombre de cas favorables à l'obtention de plus de boules vertes que de boules rouges.

Exercice 14 :

On considère, dans le plan, les 8 points A, B, C, D, E, F, G et H suivants



1°) a) Combien de droites passant par deux de ces points peut-on tracer ?

b) Parmi ces droites, combien passent :

– par le point A ?

– par deux voyelles ?

– par deux consonnes ?

– par une voyelle et une consonne ?

2°) a) Combien de vecteurs, admettant deux de ces points comme extrémités, peut-on tracer ?

b) Parmi ces vecteurs, combien ont pour origine le point A ?

3°) a) Combien de triangles, ayant trois de ces points comme sommets, peut-on tracer ?

b) Combien de triangles admettent :

– le point A pour sommet ?

– les point A et B pour sommets ?

– 2 voyelles pour sommets ?

– 2 consonnes pour sommets ?

– des sommets tous des consonnes ?

– seulement 1 sommet voyelle ?
– seulement 1 sommet consonne ?

Exercice 15 : Dans un jeu de 32 cartes, on extrait 13 cartes au hasard.

1°) Déterminer le nombre de façons possibles de faire ce tirage.

2°) Déterminer le nombre de façons telles que parmi les cartes tirées figurent :

a) exactement un roi.
b) Au plus une dame.
c) Au moins un valet.
d) Exactement un roi et un dix.
e) Exactement une dame, un neuf et deux as.
f) Exactement 2 valets et 3 cœurs (sans le valet de cœur).
g) Exactement 2 valets et 3 cœurs (avec le valet de cœur).
h) Exactement 2 valets et 3 cœurs.
i) Exactement 1 roi et 2 carreaux.

Exercice 16 : On dispose de 6 jetons numérotés de 1 à 6. On se sert de ces jetons pour former un nombre.

1°) a) Combien de nombres de 6 chiffres distincts peut-on avoir ?
b) Parmi ces nombres, combien sont pairs ? Impairs ? Divisibles par 5 ?

2°) a) Combien de nombres de 4 chiffres distincts peut-on avoir ?
b) Parmi ces nombres, combien sont pairs ? Impairs ? Divisibles par 5 ?

Exercice 17 :

On dispose de 6 jetons numérotés de 0 à 5. On se sert de ces jetons pour former un nombre.

1°) a) Combien de nombres de 6 chiffres distincts peut-on avoir ?
b) Parmi ces nombres, combien sont pairs ? Impairs ? Divisibles par 5 ?

2°) a) Combien de nombres de 4 chiffres distincts peut-on avoir ?
b) Parmi ces nombres, combien sont pairs ? Impairs ? Divisibles par 5 ?

Exercice 18 :

Une boîte contient 4 boules rouges numérotées de 0 à 3
4 boules vertes numérotées de 4 à 7
et 2 boules noires numérotées 8 et 9

On tire simultanément 3 boules de la boîte

1°) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2°) Dans combien de cas distincts peut-on obtenir :
a) 3 boules de la même couleur ?
b) 3 numéros de même parité ?
c) au moins une boule noire ?
d) Exactement une boule noire et un numéro pair

Exercice 19 :

Une urne A contient 4 boules blanches et 6 boules noires

Une urne B contient 3 boules blanches et 5 boules noires

On tire simultanément 2 boules de l'urne A et 1 boule de l'urne B

1°) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2°) Donner le nombre de cas favorables à l'obtention de :

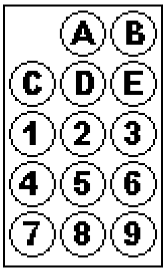
a) 3 boules de la même couleur

b) 1 boule blanche

c) 2 boules blanches

Exercice 20 :

La figure suivante représente un clavier de verrouillage pour un coffre.



1°) Combien de codes de 5 caractères différents peuvent être utilisés par le propriétaire ?

2°) Parmi ces codes, combien :

a) ne contiennent que des chiffres ?

b) ne contiennent que des lettres ?

c) commencent par 2 lettres et ne contiennent que ces 2 lettres ?

d) commencent par 2 lettres ?

e) commencent par deux consonnes ?

Exercice 21 :

Une urne contient 4 jetons blancs numérotées de 1 à 4

et 6 jetons noirs numérotées de 1 à 6

On tire simultanément 4 jetons de l'urne.

1°) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2°) Déterminer le nombre de cas favorables à l'obtention de :

a) 4 jetons de la même couleur

b) autant de jetons blancs que de jetons noirs

c) plus de jetons blancs que de jetons noirs

d) plus de numéros pairs que de numéros impairs

Exercice 22 :

A l'oral d'un examen, un étudiant doit répondre à 8 questions sur un total de 10

1°) Combien a-t-il de choix possibles de ces 8 questions ?

2°) Combien de choix a-t-il s'il doit répondre aux trois premières questions ?

3°) Combien a-t-il de choix s'il doit répondre à au moins 4 des 5 premières questions ?

Exercice 23 :

Les 25 marins d'un navire ont épuisé leurs vivres le soir du 13 février alors qu'ils étaient encore au beau milieu de l'océan.

Ils décidèrent alors de choisir au hasard 7 marins, pour être mangés, pour assurer leurs survies pour la semaine du 14

1°) A combien de cas différents doivent ils s'attendre ?

2°) Les 7 malheureux ont été choisis, mais ils disputèrent encore de qui va être exécuté le lundi, mardi, …

De combien de façons différentes peuvent-ils s'organiser ?

3°) Les 7 jours se sont écoulés, et les 18 marins restants se sont encore égaré, puisque le seul qui savait lire la carte a déjà été exécuté.

De combien de façons différentes peuvent-ils choisir les 7 prochains malheureux à exécuter successivement pendant les 7 prochains jours ?

Exercice 24 :

Ecrire le plus simplement possible le nombre $\dfrac{A_n^p}{p!C_{n+1}^{p+1}}$, $n < p \in IN$

Exercice 25 :

Soit l'ensemble $\Omega = 1;2;4;5;7;9$

1°) Combien de nombres de 4 chiffres distincts peut-on former avec les éléments de Ω ?

2°) Parmi ces nombres : – Combien sont pairs ?
– Combien sont impairs ?
– Combien sont supérieurs à 7000 ?
– Combien sont inférieurs à 6000 ?

Exercice 26 :

Une urne A contient 6 boules rouges et 3 boules vertes

Une urne B contient 5 boule rouges et 4 boules vertes

I – On lance une pièce de « pile » ou « face »

Si on obtient « pile », on tire simultanément 4 boules de l'urne A

Si on obtient « face », on tire simultanément 4 boules de l'urne B

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) De combien de façons différentes peut-t-on obtenir :

a) 4 boules de la même couleur ?

b) autant de boules vertes que de boules rouges ?

c) plus de boules vertes que de boules rouges ?

II – On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6

Si on obtient 1 ou 6, on tire simultanément 4 boules de l'urne A

Si on obtient 2, 3, 4 ou 5, on tire simultanément 4 boules de l'urne B

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) De combien de façons différentes peut-t-on obtenir :

a) 4 boules de la même couleur ?

b) autant de boules vertes que de boules rouges ?

c) plus de boules vertes que de boules rouges ?

Exercice 27 :

Chaque pièce d'un jeu de dominos dispose de deux faces, chaque face peut être numérotée de 0 à 6.

On remarque qu'une pièce peut être un « double » (les deux faces portent le même numéro), ou un « couple » (les deux faces portent des numéros différents)

1°) Combien existe-t-il de pièces « doubles » ?

2°) Combien existe-t-il de pièces « couples » ?

3°) Combien y a-t-il de pièces dans un jeu de dominos ?

4°) Répondre aux mêmes questions que précédemment en supposant que chaque face peut être numérotée de 0 à 8, de 0 à 10

Exercice 28 :

Une urne A contient 4 boules blanches et 6 boules noires

Une urne B contient 3 boules blanches et 5 boules noires

On tire simultanément 2 boules de l'urne A et une boule de l'urne B

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) Combien y a-t-il de cas favorables à l'obtention de :

a) trois boules de la même couleur ?

b) une boule blanche

c) deux boules blanches

Exercice 29 :

1°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 7 personnes dans une société de 8 femmes et 7 hommes ?

2°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société ?

3°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société, si l'on suppose que mademoiselle x et monsieur y soient désignés en même temps ?

4°) De combien de manières différentes peut-on former un comité de 3 femmes et 4 hommes dans cette société, si l'on suppose que mademoiselle x refuse d'être désignée en même temps que monsieur y ?

Exercice 30 :

Un groupe de n personnes décident de former un bureau de p personnes, dont un président et $(p-1)$ délégués.

Deux façons leurs sont offertes pour former ce bureau

1ère façon : Choisir le président puis les $(p-1)$ délégués.

On note A le nombre de façons distinctes de procéder ainsi

2ème façon : Choisir les p membres du bureau puis le président parmi ces p personnes.

On note B le nombre de façons distinctes de procéder ainsi

1°) Exprimer A et B en fonction de n et p

2°) Montrer que $A = B$

Exercice 31 :

24 équipes participent à un tournoi.

Pendant la phase éliminatoire, les 24 équipes sont partagées en plusieurs groupes et chaque équipe doit rencontrer une et une seule fois tout autre équipe de son groupe

1°) En formant 6 groupes de 4 équipes, combien de rencontres vont être disputées dans chaque groupe ?

2°) En combien de groupes faut-il partager les 24 équipes pour qu'il y ait en tout 84 rencontres pendant la phase éliminatoire ?

(Indication : en notant n le nombre d'équipes dans chaque groupe, $\frac{24}{n}$ est le nombre total de groupes. Chercher n)

Exercice 32 :

Soit $T(N,N)$ un tableau carré comportant $(N+1)$ lignes et $(N+1)$ colonnes, les lignes et colonnes sont numérotées de 0 à N.

On remplit ce tableau de tel sorte que la case se trouvant à la n-ème ligne et p-ème colonne contienne le nombre C_n^p pou tout n, $p < N$:

	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	...	$C_{(p-1)}$	C_p	...	C_N
L_0	C_0^0									
L_1	C_1^0	C_1^1								
L_2	C_2^0	C_2^1	C_2^2							
L_3	C_3^0	C_3^1	C_3^2	C_3^3						
L_4	C_4^0	C_4^1	C_4^2	C_4^3	C_4^4					
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$				
$L_{(n-1)}$							C_{n-1}^{p-1}	C_{n-1}^{p}		
L_n	C_n^0	C_n^1	C_n^2	C_n^3	C_n^4	...		C_n^p		
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$	$\ddots$	
L_N	C_N^0	C_N^1	C_N^2	C_N^3	C_N^4		...	C_N^p	...	C_N^N

1°) Montrer les égalités suivantes :

$$C_{n-1}^{p} + C_{n-1}^{p-1} = C_n^p \qquad \text{et} \qquad C_n^{n-p} = C_n^p$$

2°) A partir de ces deux égalités, remplir le tableau $T(9,9)$ comportant 10 lignes et 10 colonnes

3°) Trouver sans faire de calcul les valeurs exactes de :

C_6^4 , C_8^5 , C_9^3 et C_9^6

Exercice 33 :

1°) Développer suivant les puissances décroissantes de a les expressions suivantes :

$$(a+b)^0$$
$$(a+b)^1$$
$$(a+b)^2$$
$$(a+b)^3$$
$$(a+b)^4$$

2°) Donner le développement de $(a+b)^n$, $n \in IN$ (Formule du binôme de Newton)

2°) Donner le développement de $(a-b)^n$ pour $n \in IN$

3°) Développer $(x+1)^3$, $(x-1)^3$, $(a+b)^5$, $(a-b)^6$

$(x+1)^n$, $(x-1)^n$, $(2x+1)^7$, $(x-2)^5$

Exercice 34 :

1°) Démontrer que $(a+b)^3+(a-b)^3=2a(a^2+3b^2)$

2°) En déduire une simplification de l'expression :

$f(x)=(x+\sqrt{1+x^2})^3+(x-\sqrt{1+x^2})^3$

Exercice 35 :

1°) Quel est le coefficient de x^7 dans le développement de $(1+x)^{15}$?

2°) Quel est le coefficient de x^7 dans le développement de $(2-x)^{10}$?

Exercice 36 :

1°) Ecrire le développement de $(a+b)^5$

2°) Ecrire le développement de $(1+x)^5$

3°) Ecrire le développement de $(1-\sqrt{2})^5$ sous la forme $p+q\sqrt{2}$, ($p, q \in \mathbb{Z}$)

Exercice 37 :

Une expérience consiste à lancer 5 fois de suite une pièce de pile ou face

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) Parmi ces résultats, combien font apparaître :

a) 0 fois pile b) 1 fois pile

c) 2 fois pile d) 3 fois pile

e) 4 fois pile f) 5 fois pile

3°) Montrer que $\forall n \in IN \quad \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$ puis vérifier les résultats trouvés dans 2°)

Exercice 38 :

Une expérience consiste à lancer 3 fois de suite un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) Dans combien de cas peut-on faire apparaître :

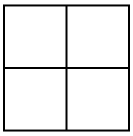
a) 0 fois la face n°1 b) 1 fois la face numéro n°1

c) 2 fois la face n°1 d) 3 fois la face n°1

3°) Montrer que $\forall n \in IN \quad 6^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \cdot 5^k$ puis vérifier les résultats trouvés dans 2°)

Exercice 39 :

On peut choisir de mettre ou non une croix dans chacune des cases du carré ci-dessous :



Combien y-a-t-il de façons distinctes de procéder ?

Exercice 40 :

On dispose de 4 boules de couleurs différentes.

Nous avons le choix : – de ne choisir aucune boule

– d'en choisir une, deux, trois ou quatre

1°) Combien y-a-t-il de choix distincts en tout ?

2°) Reprendre le même problème avec 5 boules, 6 boules, n boules.

Exercice 41 :

On appelle « bit » une variable ne pouvant prendre que l'une des deux valeurs 0 et 1.

On appelle « Octet » une liste de 8 bits. (Ex :1001101)

1°) Combien y a-t-il d'octets différents ?

2°) Combien d'octet(s) a) ne contien(nent) aucun 0 ?

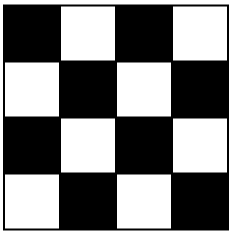
b) contien(nent) un 0

c) contien(nent) deux 0 ?

d) contien(nent) k 0 ? $(0 \le k \le 8)$

Exercice 42 :

On dispose d'un damier carré (voir figure) et de 4 jetons identiques



A – 1°) De combien de façons différentes peut-on placer les 4 jetons sur le damier, chaque case ne peut contenir qu'un seul jeton.

2°) Dans combien de cas, les 4 jetons sont placés dans des cases de la même couleur ?

3°) a) Dans combien de cas, la disposition des 4 jetons est symétrique par rapport à la diagonale noire ?

b) Dans combien de cas, la disposition des 4 jetons est symétrique par rapport à une diagonale ?

4°) a) Dans combien de cas, la disposition des 4 jetons est symétrique par rapport à la médiane verticale ?

b) Dans combien de cas, la disposition des 4 jetons est symétrique par rapport à une médiane ?

B – On suppose que les 4 jetons sont de couleurs différentes

1°) De combien de façons différentes peut-on placer les 4 jetons sur le damier ?

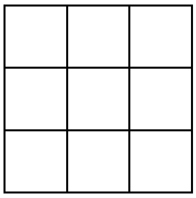
2°) Dans combien de cas les 4 jetons sont placer dans des cases de la même couleur ?

C – On suppose que chaque case peut contenir plusieurs jetons

De combien de façons différentes peut-on placer ces 4 jetons sur le damier ?

Exercice 43 :

On dispose d'une grille carré de 3 lignes et 3 colonnes :



I – On désire colorier 5 cases de cette grille

1°) De combien de façons différentes peut-on choisir ces 5 cases ?

2°) Dans combien de cas distincts

a) une des cases à colorier se trouve sur la 1ère ligne ?

b) deux des cases à colorier se trouve sur la 1ère ligne ?

c) trois des cases à colorier se trouve sur la 1ère ligne ?

II – On suppose que les 5 cases à colorier sont ceux qui se trouvent sur une diagonale

A – On dispose de deux crayons de couleur rouge et bleu

1°) De combien de façons différentes peut-on colorier ces 5 cases ?

2°) Dans combien de cas :

a) aucune case n'est coloriée en rouge ?

b) une seule case est coloriée en rouge ?

c) deux cases sont coloriées en rouge ?
d) trois cases sont coloriées en rouge ?
e) quatre cases sont coloriées en rouge ?
f) cinq cases sont coloriées en rouge ?

B – On dispose maintenant de trois crayons de couleurs rouge, bleu et vert
Répondre aux mêmes questions que dans A –

Exercice 44 :

A – Une boîte contient 4 boules blanches numérotées de 1 à 4
et 6 boules noires numérotées de 5 à 10

On tire simultanément 3 boules de la boîte

1°) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2°) Parmi ces tirages, combien font apparaître
a) 3 boules de la même couleur
b) Plus de boules blanches que de boules noires
c) Exactement une boule blanche et un numéro impair

B – La boîte ne contient plus que deux boules, une blanche et une noire.

On tire successivement et avec remise trois boules de la boîte ; et on note après chaque tirage la couleur de la boule obtenue.

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles

2°) Parmi ces résultats, combien font apparaître
a) 0 fois la boule blanche ?
b) une fois la boule blanche ?
c) deux fois la boule blanche ?
d) trois fois la boule blanche ?

Exercice 45 :

I – Une boîte contient 3 boules rouges numérotées de 1 à 3
3 boules vertes numérotées de 4 à 6
et 3 boules noires numérotées de 7 à 9

On tire simultanément 3 boules de la boîte.

1°) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

2°) Dans combien de cas distincts peut-t-on obtenir :
a) 3 boules de couleurs différentes ?
b) 3 boules de la même couleur ?
c) 2 boules de la même couleur ?
d) 3 numéros de même parité ?
e) au moins une boule rouge ?

II – La boîte ne contient plus que 3 boules, une rouge, une verte et une noire.

L'expérience consiste à tirer n fois de suite une boule de la boîte ($n \in IN$), en remettant la boule tirée dans la boîte après chaque tirage.

1°) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

2°) Dans combien de cas peut-t-on :

a) ne jamais obtenir la boule rouge ?

b) obtenir une seule fois la boule rouge ?

c) obtenir deux fois la boule rouge ?

d) obtenir k fois la boule rouge ? $(k \leq n)$

3°) a) Donner le développement de $P(x) = (2 + x)^n$, $(k \leq n)$

b) Quel est le coefficient de x^k dans le développement de $P(x)$? $(k \leq n)$

Exercice 46 :

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont :

– 4 rouges numérotées 2, 3, 3, 4

– 4 vertes numérotées 1, 3, 3, 4

– 2 jaunes numérotées 1, 1

1°) On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne

a) Combien y a-t-il de tirages possibles ?

b) Dans combien de cas distincts :

– la somme des numéros des 2 boules tirées est égale à 6 ?

– le produit des numéros des 2 boules tirées est égal à 4 ?

2°) On effectue 3 tirages successifs d'une boule, en remettant dans l'urne, avant chaque tirage, la boule précédemment tirée.

a) Combien y a-t-il de résultats possibles dans cette expérience ?

b) Dans combien de cas distincts obtient-t-on :

– 3 boules de la même couleur ?

– 2 boules rouges et une jaune dans cet ordre ?

– 2 boules rouges et une jaune ?

Exercice 47 :

Pendant la phase éliminatoire d'un tournoi, chaque équipe doit rencontrer une et une seule fois tout autre équipe de son groupe ; chaque groupe comporte 6 équipes.

1°) a) Combien de rencontres va-t-il y avoir dans chaque groupe ?

b) A combien de rencontres doit participer chaque équipe ?

2°) Pour chaque rencontre, chaque équipe a la possibilité de gagner, perdre ou faire rencontre nul.

a) A combien de résultats différents doit-t-on espérer d'une équipe à la fin de la phase éliminatoire ?

b) Si une rencontre gagné vaut 1 point, et qu'une rencontre nul ou perdue en vaut 0 ; dans combien de cas distincts une équipe rassemble en tout 0 point ? 1 point ? 2 points ? k points $(0 \leq k \leq 5)$