

Série 3 : Exercices sur les vecteurs du plan

Exercice 1 :

Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$, on considère les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$.

1) Écrire les vecteurs $\vec{w} = -2\vec{u} + \vec{v}$ et $\vec{T} = \vec{u} + 2\vec{v}$ comme combinaison linéaire de \vec{i} et \vec{j} .

2) Quelles sont les coordonnées de \vec{w} et \vec{T} dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$?

3) Soient $\vec{S} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{R} = 2\vec{i} + 6\vec{j}$.

Calculer $\det(\vec{u}; \vec{v})$, $\det(\vec{u}; \vec{S})$, $\det(\vec{w}; \vec{T})$ et $\det(\vec{v}; \vec{R})$.

4) Déterminer les réels α et k tels que $\vec{S} = \alpha \times \vec{u}$ et $\vec{R} = k \times \vec{v}$.

5) \vec{u} et \vec{S} sont-ils colinéaires de même sens ?

6) \vec{R} et \vec{v} sont-ils colinéaires de même sens ?

7) Écrire les vecteurs \vec{i} et \vec{j} comme combinaison linéaire des vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

8) Écrire les vecteurs \vec{u} et \vec{v} comme combinaison linéaire des vecteurs \vec{w} et \vec{T} .

9) $(\vec{u}; \vec{v})$ est-elle une base ? Justifier la réponse.

10) $(\vec{i}; \vec{j})$ est-elle une base ? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Le plan étant muni de la base $(\vec{i}; \vec{j})$, on donne les vecteurs $\vec{u}(3; -2)$ et $\vec{v}(-5; \frac{1}{3})$.

Construire les représentants de la même origine O des vecteurs $\vec{i}; \vec{j}; \vec{u}; \vec{v}; \vec{u} + \vec{v}; -2\vec{u}; 3\vec{u} - \vec{v}$.

Exercice 3 :

1) Dans la base $(\vec{i}; \vec{j})$, on donne les vecteurs $\vec{u}(-\frac{3}{2}; \frac{1}{3})$ et $\vec{v}(5; \alpha)$.

Trouver α pour que \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires. Préciser alors si ces vecteurs sont de même sens ou de sens contraire.

2) Mêmes questions pour les vecteurs $\vec{u}(-\frac{3}{2}; \frac{1}{3})$ et $\vec{v}(-\alpha; 2)$.

Exercice 4 :

Dans chacun des cas suivants, exprimer \vec{i} et \vec{j} en fonction de \vec{u} et \vec{v} .

1) $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}$ et $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}$.

2) $\vec{u}=-\vec{i}+4\vec{j}$ et $\vec{v}=5\vec{i}+\vec{j}$.

3) $\vec{u}=-2\vec{i}$ et $\vec{v}=5\vec{i}-3\vec{j}$.

Exercice 5 :

Soient \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs du plan tels que $\vec{u}=2\vec{v}$ et $\vec{w}=-5\vec{u}$.

1) Trouver un nombre réel a tel que : $\vec{w}=a\vec{u}+3\vec{v}$

2) Trouver un nombre réel b tel que : $\vec{w}=-7\vec{u}+b\vec{v}$

3) Donner une égalité vectorielle exprimant que \vec{u} est combinaison linéaire des vecteurs \vec{v} et \vec{w} .