

Trigonométrie : équations

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

1) a) $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$ b) $2 \sin x + 1 = 0$ c) $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ d) $2 \sin(x + \frac{\pi}{3}) + \sqrt{2} = 0$

2) a) $\cos 2x = \cos(\frac{2\pi}{3})$ b) $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + 1 = 0$ d) $2 \cos(3x + \frac{\pi}{4}) = 1$

3) a) $\sin x - \sin 2x = 0$ b) $\sin^2 x - 1 = 0$ c) $\sin^2 x + \sin x = 0$

4) a) $\sin x - \cos x = 0$ b) $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$ c) $\sin 2x = \cos(x)$

5) a) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$ b) $\sin x = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ c) $\sin(\frac{\pi}{3} - x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$

6) a) $\tan x + 1 = 0$ b) $\tan(\frac{\pi}{3} - x) = \tan x$ c) $\tan x = \tan 2x$

e) $\tan 2x + \tan 3x = 0$ g) $4 \sin^2 x = \tan x$ h) $\tan 2x + \tan x = 1$

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes (en faisant un changement d'inconnue)

a) $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$ b) $4 \sin^2 x + 2(\sqrt{3} - 1) \sin x - \sqrt{3} = 0$

c) $\cos^2 x - \left(\frac{1 + \sqrt{2}}{2}\right) \cos x + \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$ d) $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0$

e) $\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1) \tan x - \sqrt{3} = 0$ f) $\cos 2x - \cos x - \sin^2 x + 1 = 0$

Exercice 3

Résoudre l'équation $\cos x = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$ après avoir calculé $\cos 2x$.

Exercice 4

Résoudre l'équation $\tan x = 2 - \sqrt{3}$ (avec $0 < x < \frac{\pi}{2}$) après avoir calculé $\sin 2x$ en fonction de $\tan x$.

Exercice 5

Deux nombres a et b de l'intervalle $[0; \frac{\pi}{2}[$ vérifient $a + b = \frac{\pi}{3}$ et $\tan a + \tan b = \frac{3\sqrt{3}}{3}$

Calculer $\tan(a+b)$, $\tan a \cdot \tan b$, puis $\tan a$ et $\tan b$

Exercice 6

Montrer que $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ et $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, puis résoudre l'équation $\cos^3 x \cdot \sin 3x + \sin^3 x \cdot \cos 3x = \frac{3}{4}$

Exercice 7

Résoudre chacune des équations suivantes après avoir transformé le premier membre

a) $\sin 2x + \cos 2x = 0$

b) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$

c) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$

d) $\tan x = \sqrt{3}$

Exercice 8

a) Montrer que quel que soit le réel x , $\sin^2 2x = \frac{1 - \cos 4x}{2}$

b) Développer $(\cos^2 x + \sin^2 x)^3$.

c) En utilisant les résultats précédents, montrer que, quel que soit x ,

$$\cos^6 x + \sin^6 x = \frac{1}{8}(5 + 3 \cos 4x)$$

Exercice 9

Montrer que $\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{3 + \cos 4x}{4}$, puis résoudre l'équation

$$\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{1}{8} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{8} \sin 2x + \frac{3}{4}$$

Exercice 10

Résoudre dans $[4\pi; 6\pi]$

a) $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$

b) $2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$

c) $2 \cos^2 x - 1 = 0$

d) $\sqrt{3} \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$