Corrigé exercice 1 Bacc série A 2015

Exercice 1

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est la suite arithmétique définie part $U_1+2U_3-U_5=2$ et $U_2=-1$

1) a) $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique, donc $U_n=U_k+(n-k)r$ quel que soit les entiers naturels n et k, et où r est la raison.

Ainsi $U_2=U_1+r$ $U_1=U_2-r$

$U_3=U_2+r$ et

$U_5=U_2+(5-2)r=U_2+3r$.

b) $U_1+2U_3-U_5=2$ donc $(U_2-r)+2(U_2+r)-(U_2+3r)=2$

Ce qui donne $2U_2-r+2r-3r=2$

$-2-2r=2$ d'où r = -2

$r=U_{n+1}-U_n=-2<0$, donc la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

2) $U_n=U_k+(n-k)r=U_2+(n-2)r=-1+(n-2)(-2)$

$U_n=3-2n$

$U_{25}=3-2\cdot 25=-47$

3) $S=U_2+U_3+....+U_{25}=(25-2+1)\dfrac{U_2+U_{25}}{2}=24\dfrac{-1-47}{2}$

$S=U_2+U_3+....+U_{25}=-576$

4) On pose $V_n=e^{3-2n}$.

a) $V_{n+1}=e^{3-2(n+1)}=e^{1-2n}$

$\dfrac{V_{n+1}}{V_n}=\dfrac{e^{1-2n}}{e^{3-2n}}=e^{-2}$

Ainsi (V_n) est une suite géométrique de raison $q=e^{-2}=\dfrac{1}{e^2}$

Son premier terme est $V_0=e^{3-2\cdot 0}=e^3$.

b) $S_n=V_0+V_1+....+V_n=V_0\dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}=e^3\dfrac{1-(e^{-2})^{(n+1)}}{1-e^{-2}}$

$S_n=V_0+V_1+....+V_n=e^5\dfrac{1-(e^{-2n-2})}{e^2-1}$