

## Corrigé exercice 1 Bacc série A 2016

### Exercice 1

1)  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est la suite arithmétique de raison  $r = -2$  et de premier terme  $U_0 = 1$  .

donc  $U_n = U_0 + nr = 1 + n(-2)$  .

$$U_n = 1 - 2n .$$

2) 2a)  $U_n = -99$  équivaut à  $1 - 2n = -99$  ,

ce qui donne  $n = 50$

b)  $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{50}$

$$S = U_0 + U_1 + \dots + U_{50} = (50 - 0 + 1) \frac{U_0 + U_{50}}{2} = 51 \frac{1 - 99}{2} = -2499$$

D'où  $S = -2499$

3)  $V_n = e^{-U_n}$

a)  $V_{n+1} = e^{-U_{n+1}}$

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{e^{-U_{n+1}}}{e^{-U_n}} = e^{-U_{n+1} + U_n} = e^{-(U_{n+1} - U_n)}$$

Or  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite arithmétique de raison  $r = -2$  . donc  $U_{n+1} - U_n = 2$

Ainsi  $\frac{V_{n+1}}{V_n} = e^2$  . . Alors  $(V_n)$  est une suite arithmétique de raison  $q = e^2$

Autre méthode

$$V_n = e^{-1+2n} \text{ donc } V_{n+1} = e^{-1+2(n+1)} = e^{1+2n}$$

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{e^{1+2n}}{e^{-1+2n}} = e^{1+2n+1-2n} = e^2$$

b)  $V_n = e^{-U_n}$  donc  $\ln(V_n) = \ln(e^{-U_n}) = -U_n \ln e = -U_n$

Ainsi  $U_n = -\ln(V_n)$  .

$(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $q = e^2$

Son premier terme est  $V_0 = e^{-1+2 \cdot 0} = e^{-1}$

Donc  $V_n = e^{-1} \cdot (e^2)^n$

$q = e^2 > 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (e^2)^n = +\infty$  , et comme  $e^{-1} > 0$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{-1} \cdot (e^2)^n = +\infty$  .

Ainsi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-\ln V_n) = -\infty$

Autre méthode

$$V_n = e^{-1} \cdot (e^2)^n = e^{-1+2n}, \quad \ln V_n = \ln e^{-1+2n} = -1+2n$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-\ln V_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} -(-1+2n) = -\infty$$