Corrigé exercice2 Bacc D 2016

Exercice 2

1) Les faces d'un dé truqué sont numérotées : 1, 2, 2, 3, 4 et 6.

On lance une seule fois ce dé.

P_i est la probabilité d'apparition de la face numérotée i.

Le nombre de cas possibles est 6.

On a une seule face numérotée 1, donc $P_1=\frac{1}{6}$

On a deux faces numérotée 2, donc $P_2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

On a une seule face numérotée 3, donc $P_3=\frac{1}{6}$

On a une seule face numérotée 4, donc $P_4=\frac{1}{6}$

On a une seule face numérotée 6, donc $P_4=\frac{1}{6}$

2) On lance deux fois le dé.

Tableau de la somme des numéros obtenus

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**6**
1	2	3	4	5	7
2	3	4	5	6	8
3	4	5	6	7	9
4	5	6	7	8	10
6	7	8	9	10	12

a) A : « La somme des deux numéros obtenus est égale à 4 »

$$A=\{(1;3);(2;2);(3;1)\}$$

$$P(A)=P_1\cdot P_3+P_2^{\,2}+P_3\cdot P_1=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}$$

$$P(A)=\frac{1}{6}$$

b) On note X la variable aléatoire définie par la somme des numéros affichés lors des deux lancements.

L'univers image est $X(\Omega)=\{2;3;4;5;6;7;8;9;10;12\}$.

$$P(X=2)=P_1\cdot P_1=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

$$P(X=3)=2P_{1.}P_2=2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

$$P(X=4)=P_2^2+2P_{1.}P_3=\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$

$$P(X=5)=2P_1\cdot P_4+2P_{2.}P_3=2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$$

$$P(X=6)=2P_2\cdot P_4+P_{3.}P_3=2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{5}{36}$$

$$P(X=7)=2P_3\cdot P_4+2\cdot P_{1.}P_6=2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+2\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{9}$$

$$P(X=8)=2P_2\cdot P_6+(P_6)^2=2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{5}{36}$$

$$P(X=9)=2P_3\cdot P_6=2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$$

$$P(X=10)=2P_4\cdot P_6=2\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$$

$$P(X=12)=P_6^2=\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$$

x_i	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**12**
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

Espérance mathématique de X

$$E(X)=2.\frac{1}{36}+3\frac{1}{9}+4\frac{1}{6}+5\frac{1}{6}+6\frac{5}{36}+7\frac{1}{9}+8\frac{5}{36}+9\frac{1}{18}+10\frac{1}{18}+12\frac{1}{36}$$

$$E(X)=6$$

3-On lance trois fois de suite le dé.

Y est la variable aléatoire égale au nombre d’apparition de la face portant le numéro 2.

$Y(\Omega)=\{0;1;2;3\}$.

Y suit la loi binomiale de paramètre $p=P_2=\frac{1}{3}$, n = 3 et $q=1-p=\frac{2}{3}$.

Pour tout $k\in\{0;1;2;3\}$, $P[Y=k]=C_3^k p^k q^{3-k}$.

$$P[Y=0]=C_3^0 p^0 q^3=C_3^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$$

$$P[Y=1]=C_3^1 p^1 q^2=C_3^1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$$

$$P[Y=2]=C_3^1 p^2 q^1=C_3^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^1=\frac{2}{9}$$

$P[Y=3]=C_3^3 p^1 q^0 = C_3^3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^0=\frac{1}{27}$

y_i	0	1	2	3
$P[Y=y_i]$	$\frac{8}{27}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{27}$

b- Variance

$V(Y)=npq=3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$

$V(Y)=\frac{2}{3}$.