

Applications : Exercices

Exercice 1

Soit f l'application \mathbb{Z} dans \mathbb{Z} définie par $f(x) = x^2 + 3x - 1$ et $g(x) = 2x - 3$

Calculer $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$ et $f \circ f(x)$

Exercice 2

Soit f la relation de E dans F définie par $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$.

1.- f est-elle une application si $E = F = \mathbb{R}$?

2.- On prend $E = \mathbb{R} - \{1\}$.

a) f est-elle une application ?

b) Soient a et b deux éléments de E tels que $f(a) = f(b)$. Montrer que nécessairement $a = b$.

c) Déterminer les antécédents de 2, 0, -1, 1. Conclure.

3.- On prend $E = F = \mathbb{R} - \{1\}$

a) Déterminer l'antécédent de 1.

b) Déterminer un antécédent d'un élément y de F . f est-elle bijective?

c) Déterminer l'application réciproque de f .

Exercice 3

En s'inspirant de l'exercice 1, montrer que l'application f de E dans F est une bijection, et préciser sa réciproque dans chacun des cas suivants :

a) $E = F = \mathbb{R}$, $f(x) = 2x+3$

b) $E = [1; +\infty[$, $F = [0; +\infty[$ et $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Exercice 4

Soit f l'application définie par $f(x) = \frac{3-3x}{3-2x}$. Calculer $f \circ f(x)$. Que peut-on dire de f ?

Exercice 5

1.- Soient $E = \{a, b, c, d\}$ et $F = \{0, 1, 2\}$

a) Déterminer le nombre d'applications de E dans F .

b) Peut-on construire une application injective de E dans F ?

2.- Soient $E = \{a, b, c, \}$ et $F = \{0, 1, 2, 3\}$

a) Déterminer le nombre d'applications de E dans F .

b) Quel est le nombre d'applications injectives de E dans F ?

c) Peut-on construire une application surjective de E dans F ?

3.- Soient $E = \{ a, b, c, \}$ et $F = \{ 0, 1, 2 \}$

a) Déterminer le nombre d'applications injectives de E dans F.

b) Quel est le nombre d'applications bijectives de E dans F ?

Exercice 6.

1.- Soient f une application de E dans F, g et g' deux application de F dans G.

Montrer que si $g \circ f = g' \circ f$ et f est surjective, alors $g = g'$.

2.- Soient f et f' deux application de E dans F, et g une application de F dans G.

Montrer que si f est injective et $f \circ g = f' \circ g$, alors $f = f'$

Exercice 7

On dispose de 5 outils identiques et de 7 casiers susceptibles de les recevoir. On suppose que chaque casier peut contenir jusqu'à 5 outils. Déterminer le nombre de façons de placer les 5 outils dans les casiers de façon quelconque sans qu'il y en ait deux dans le même casier.

Exercice 8

De combien de façons peut-on garer :

a) trois voitures dans un parking à 5 places ?

b) cinq voitures dans un parking à 5 places ?

c) cinq voitures dans un parking à 3 places ?