

Dérivées : exercices

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, calculer $f'(m) = \lim_{x \rightarrow m} \frac{f(x) - f(m)}{x - m}$

a) $f(x) = 3x$

b) $f(x) = x^2$

c) $f(x) = x^3$

d) $f(x) = x^4$

e) $f(x) = \frac{1}{x}$

f) $f(x) = \sqrt{x}$

g) $f(x) = \frac{x-1}{x}$

Exercice 2

Exprimer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

A – $f(x) = 4x + 7$

B – $f(x) = (4x + 7)^3$

$f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$

$f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^2$

$f(x) = 3x^2 + 2x - 3$

$f(x) = (3x^2 + 2x - 3)^3$

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4$

$f(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4\right)^4$

$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$

$f(x) = (3x^3 + 2x^2 + 1)^4$

$f(x) = 6x^3 + 4x^2 + 2$

$f(x) = (6x^3 + 4x^2 + 2)^2$

$f(x) = 2(3x^3 + 2x^2 + 1)$

$f(x) = 4(3x^3 + 2x^2 + 1)^2$

C – $f(x) = \frac{1}{4x + 7}$

$f(x) = \frac{-1}{3x^3 + 2x^2 + 1}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

$f(x) = \frac{-3}{6x^3 + 4x^2 + 2}$

$f(x) = \frac{2}{3x^2 + 2x - 3}$

$f(x) = \frac{3}{\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4}$

D – $f(x) = \sqrt{4x + 7}$

$f(x) = \sqrt{x^3 + x^2 + x + 1}$

$f(x) = \sqrt{3x^2 + 2x - 3}$

$f(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4}$

$f(x) = \sqrt{3x^3 + 2x^2 + 1}$

$f(x) = \sqrt{6x^3 + 4x^2 + 2}$

$$E - f(x) = \frac{1}{(4x+7)^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x^3 + x^2 + x + 1)^2}$$

$$f(x) = \frac{2}{(3x^2 + 2x - 3)^3}$$

$$f(x) = \frac{3}{\left(\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4\right)^2}$$

$$F - f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+7}}$$

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^3 + x^2 + x + 1}}$$

$$f(x) = \frac{-1}{\sqrt{3x^2 + 2x - 3}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 4}}$$

Exercice 3

Exprimer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = (2x-1)(x-5)^3$$

$$f(x) = (2x+1)^3(1-5x)^4$$

$$f(x) = 3x(x-4)^2(3x+1)^3$$

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1)(x-1)$$

$$f(x) = (x-3)^3(2x-1)^2$$

$$f(x) = x^4(x^3 + 4x - 3)^3$$

$$f(x) = x\sqrt{x}$$

Exercice 4

Exprimer la fonction dérivée de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{2x-2}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 6}{(x-2)^2}$$

$$f(x) = \frac{x(x^2 + 2)}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = x^2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 2x - 3}$$

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{(3x+5)^3}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$$

$$f(x) = x + \sqrt{x}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x}}$$

APPLICATION AUX VARIATIONS D'UNE FONCTION

Exercice 5

Etudier les variations de chacune des fonctions définies par les expressions suivantes :

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 1$$

$$f(x) = x^3 + 2x + 1$$

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x - 5$$

$$f(x) = \frac{-x+2}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{3x-4}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$$

$$f(x) = \frac{4x^2 - 4x + 2}{4x^2 - 4x + 1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 2}$$

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 7}{x^2 - 2x - 3}$$

Exercice 6

A partir de l'étude des variations d'une fonction bien choisie, déterminer le nombre de solutions réelles des équations suivantes :

$$x^3 + 8x - 12 = 0$$

$$x^3 + 1 = 3x$$

$$x^4 - 4x - 1 = 0$$

$$x^4 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$$