Série 1 : Suites numériques

Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_n = \dfrac{3n-2}{n^2+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 2 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer les cinq premiers termes de cette suite.
2. Que dire de la suite u_n ?

Exercice 3 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{3}{u_n+1} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 4 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 1, \ u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2u_{n-1} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer les dix premiers termes de cette suite.
2. Donner l'expression explicite de cette suite. Que vaut u_{73} ?

Exercice 5

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+2} = 6u_{n+1} - 5u_n \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

1°) Calculer u_2 , u_3 et u_4

2°) a) Montrer que le terme général u_n est de la forme $u_n = A \times 5^n + B$, ($A, B \in IR$)

b) Déterminer A et B puis recalculer u_2 , u_3 , u_4 et u_{10} .

Exercice 6

Soit la suite (u_n) telle que : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

1°) a) Montrer que pour tout $n \in IN$, $u_n > 0$

b) Montrer que si $u_n \leq 2$, alors $u_{n+1} \leq 2$. Que dire de la suite (u_n) ?

2°) a) Remarquer que $u_{n+1} + u_n > 0$ pour tout $n \in IN$, et que $u_{n+1} - u_n$ est du même signe que $(u_{n+1} - u_n)(u_{n+1} + u_n)$

b) Etudier alors dans $[0;2]$ le signe de $u_{n+1} - u_n$

c) Quelle est la variation de (u_n) ?

Exercice 7 :

Etudier les variations de chacune des suites suivantes

a) $u_n = 2n - 1$ b) $u_n = n^2 + 2n$ c) $u_n = \frac{1}{n+1}$ d) $u_n = \frac{2n-2}{n+1}$

e) $u_n = \frac{1}{n^2}$ f) $u_n = 2^n$ g) $u_n = 2^n - 3$ h) $u_n = \frac{2^{n-1}}{3}$

i) $u_n = 5\frac{2^n}{3^{n-1}}$ j) $u_n = 2^n - \frac{1}{n}$ k) $u_n = n - \frac{1}{2^n}$ l) $u_n = \sqrt{n+1}$