Suites géométriques : série n°1

Exercice 1

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0

a) Exprimer u_1, u_2, u_3 et u_4 en fonction de q et u_0

b) Exprimer u_n en fonction de q, n et u_0

c) Exprimer u_p en fonction de q, p et u_0

d) Exprimer u_n en fonction de q, $(n-p)$ et u_p

Exercice 2

1°) Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = 3 \cdot \dfrac{2^n}{5^{n+1}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.

2°) Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = 2 \cdot \dfrac{3^{n+1}}{4^{n-2}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.

Exercice 3

(u_n) est une suite géométrique à termes positifs vérifiant : $\begin{cases} u_2 \cdot u_4 = 1 \\ u_2 + u_4 = \dfrac{5}{2} \end{cases}$

1°) Trouver les termes u_2 et u_4 de cette suite

2°) Donner la raison q de cette suite ainsi que son premier terme u_0

3°) Donner l'expression explicite de u_n

Exercice 4

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

On pose $v_n = u_n - 2$.

1°) Calculer u_1, v_0 et v_1.

2°) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q

3°) a) Expliciter v_n et calculer sa limite.

b) Expliciter u_n et calculer sa limite.

4°) a) Exprimer la somme $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

b) En déduire l'expression de $S'_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

Exercice 5

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ 3u_{n+1} = u_n - 1 \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 2u_n + 1$

1°) Calculer u_1, u_2, v_0, v_1 et v_2.2°)

a) Exprimer v_{n+1} en fonction de u_n puis en fonction de v_n

b) En déduire que (v_n) est une suite géométrique, préciser sa raison

c) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

d) Déterminer $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n

En déduire $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

Exercice 6

Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3}{u_n + 4} \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

1°) Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n)

2°) On considère la suite (v_n) telle que $v_n = \dfrac{u_n + 3}{u_n - 4}$ pour tout $n \in IN$

a) Calculer v_0, v_1 et v_2

b) Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Quelle est sa raison ?

c) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

d) Calculer $v_{n+1} - v_n$. En déduire le sens de variation de la suite (v_n)

3°) Calculer les limites de (u_n) et (v_n)

4°) Calculer $S_n = v_1 + \cdots + v_n$ en fonction de n

Exercice 7

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + a \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$, où $a \in IR$

1°) Sachant que $u_2 = \dfrac{5}{4}$, calculer a

2°) Dans cette question, on prend $a = \dfrac{1}{2}$. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 1$ pour tout $n \in IN$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme.

b) Exprimer v_n, puis u_n, en fonction de n

c) Calculer la limite de v_n et celle de u_n

3°) Exprimer les sommes suivantes en fonction de n :

$S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

Exercice 8

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{5}{6} \end{cases}$ pour tout $n \in IN$

1°) Calculer u_1, u_2 et u_3

2°) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 3u_n + 5$ pour tout $n \in IN$

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser la raison q et le premier terme v_0

b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 9

On considère la suite géométrique définie de la façon suivante : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n$, pour tout $n \geq 0$

1°) Calculer u_2, u_3 et u_4

2°) Exprimer u_n en fonction de n, pour tout $n \geq 1$.

Calculer une valeur approchée de u_{64}.

Exercice 10

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{5}{6} \end{cases}$ pour tout $n \in IN$

1°) Calculer u_1, u_2 et u_3

2°) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 3u_n + 5$ pour tout $n \in IN$

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser la raison q et le premier terme v_0

b) Exprimer v_n, puis u_n en fonction de n.

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$