

## Série 3 : Exercices sur les généralités sur les fonctions

### Exercice 1 :

Étudier les variations des fonctions suivantes :

a)  $f_1(x) = \frac{1}{x}$

b)  $f_2(x) = 3x - 5$

c)  $f_3(x) = -2x + 4$

### Exercice 2 :

Soit  $A(x) = 5x^3 - 8x^2 + x + 2$ .

1. Calculer  $A(1)$ . Que peut-on en déduire ?
2. Résoudre  $A(x) = 0$ .
3. Étudier suivant les valeurs de  $x$  le signe de  $A(x)$ .

### Exercice 3 :

1. Soit  $I = [0; +\infty[$ .  $f$  et  $g$  sont définies sur  $I$  par  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = x$ .  
Pourquoi  $f+g$  est-elle croissante sur  $I$  ?
2. Pourquoi la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x - \frac{1}{x}$  est-elle croissante sur  $J = ]0; +\infty[$  ?

### Exercice 4 :

On donne la fonction polynôme  $f$  définie par  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 24$

1. Calculer  $f(2)$ . Que peut-on en déduire ?
2. Trouver un polynôme  $Q$  vérifiant  $f(x) = (x - 2)Q(x)$ .
3. Étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

## Exercice 5 :

Dans chacun des cas suivants,  $f$  est une fonction rationnelle :

- Trouver l'ensemble de définition de  $f$ .
- Étudier le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

$$\text{a) } f_1(x) = \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{x-3} \quad \text{b) } f_2(x) = 2x - 1 + \frac{x+6}{3x} \quad \text{c) } f_3(x) = \frac{x^2 - 3x - 7}{x^2 - 1}$$

## Exercice 6 :

Dans chaque cas, développer, réduire et ordonner suivant les puissances décroissantes de  $x$  le polynôme donné :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } P_1(x) = (3x+1)^2 - 2(3x-1) & \text{b) } P_2(x) = (x+1)(-4x^2+2) - (-1-2x)^2 \\ \text{c) } P_3(x) = (2x^2-1)^2 - (-4x+1)(1+x) & \text{d) } P_4(x) = (x^2-2)(x^2+3)+5 \end{array}$$

## Exercice 7 :

Les fonctions  $f$  et  $g$  sont définies par  $f(x) = 2x^2 + 2x - 3$  et  $g(x) = x^2 - 1$ .

1. Préciser les ensembles de définition de  $f$ ,  $g$ ,  $f+g$ ,  $fg$ .
2. Définir l'expression de  $f+g$ ,  $fg$ ,  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ .