BACC 2019 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1

Soit le polynôme P à variable complexe z défini par :
$P(z) = z^3+(-3+2i)z^2+mz+3+4i$ où m est un nombre complexe à déterminer.

1)Déterminer le complexe m pour que –i soit une solution de l'équation P(z) = 0.

2)Résoudre dans IC l'équation
$z^3 + (-3+2i)z^2 + (3-6i)z + 3 +4i = 0$

3)Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o, $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère les points A, B, C d'affixes respectives z_A=1-2i ; z_B=2+i et z_C=-i.
Placer dans le plan complexe les points A, b et C.

4)Soit M un point du plan d'affixe z et $Z = \dfrac{z-2-i}{z+i}$.
Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|Z| = 1$.

5)On pose U = $z_B - z_C$. Mettre le complexe U sous forme trigonométrique.

6)En déduire que U^4 est un réel.

EXERCICE 2

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher. Le tableau ci-dessous donne la répartition par couleur et numéros.

Numéros / couleurs	**N°0**	**N°1**
Blanche	3	2
Noire	2	1
Rouge	1	1

1)On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

a)Calculer le nombre de cas possibles.

b)Calculer la probabilité de l'événement :
A : « les deux boules tirées portent des numéros différents ».
En déduire la probabilité de l'événement :
B : « les deux boules tirées portent le même numéro ».

2)On tire successivement et avec remise trois boules de l'urne.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
C : « obtenir trois boules rouges »
D : « obtenir deux boules blanches et une boule noire ».
E : « obtenir au moins une boule blanche numérotée 1 ».

PROBLEME :

Partie A

On considère la fonction numérique f définie sur IR par $f(x) = 1 + xe^{1-x}$.
On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, $\vec{i}$, $\vec{j}$) d'unité 1 cm.

1)Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$,

(on admet que $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$). Que peut-on en déduire ?

3)Calculer $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

4)Montrer que pour tout x $\in$IR,
$f'(x) = (1 - x)e^{1-x}$.

5)Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variation de f.

6)Ecrire une équation de la tangente (Γ) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

7)Tracer la tangente (Γ) et la courbe (C) dans le même repère.

8)Soit F la fonction définie sur IR par
$F(x) = x - (x + 1)e^{1-x}$.

a) Vérifier que F est une primitive de f sur IR.

b)Calculer en cm^2, l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe (x'0x) et les droites d'équations x = 0 et x = 1.

Partie B

Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites numériques définies par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = 4U_n - 6 \end{cases}$$

et $V_n = \frac{1}{U_n - 2}$ pour tout n $\in$IN.

1)Démontre que (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$. Préciser V_0.

2)Ecrire V_n puis U_n, en fonction de n.

3)Exprimer en fonction de n la somme :$S_n = V_2 + V_3 + \ldots + V_{n+1}$.