BACC 2015 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $iz^2+(3-3i)z-6-2i=0$.
2) Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_0=3+i$, $z_1=2i$ et $z_2=2-2i$.

a) Placer les points À, B et C dans le repère.

b) On pose $U=\dfrac{z_2-z_0}{z_1-z_0}$. Mettre U sous forme trigonométrique.

En déduire la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

EXERCICE 2 :

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher dont 4 rouges numérotées 1, 1, 1, 1 ; 3 blanches numérotées 2, 2, 2 et 2 noires numérotées 3, 3.

1) On tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne.

a) Quel est le nombre de cas possibles ?

b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Avoir 4 boules de même numéro ».

B : « Avoir au moins trois boules rouges ».

2)On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

C : « Obtenir exactement une boule numérotée 1 ».

D : « Obtenir 3 boules de couleurs différentes ».

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEME

I. Soit f la fonction numérique définie sur]0 ; +∞[par $f(x)=1-(\ell n x)^2$.

On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1. a) Calculer la limite de f en 0^+.

Interpréter graphiquement le résultat.

b) Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{-2\ell n x}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f.

b) Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f.

a) Vérifier que pour tout $x\in$]0 ; +∞[; $f(x)=(1-\ell n x)(1+\ell n x)$.

b) Résoudre $f(x)=0$ dans] 0 ; +∞[. En déduire les coordonnées des points A et B intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses $(x_A<x_B)$

3) a) Montrer que le point B est un point d'inflexion pour la courbe (C).

b) Ecrire une équation de la tangente (T) au point B.

4) Tracer (C) et (T) dans le même repère.

5) Soit F la fonction définie sur]0 ; $+\infty$[par :

$$F(x) = -x\left[(\ell n x)^2 - 2\ell n x + 2\right] + x$$

a) Montrer que F est une primitive de f sur]0 ; $+\infty$[.

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine plan limité par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = \frac{1}{e}$ et $x = e$.

On donne $\frac{1}{e} = e^{-1} \approx 0{,}4$; $e \approx 2{,}7$

II. On pose $V_n = e^{3-2n}$ pour tout n ϵ *IN*.

1) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme.

2) Exprimer la somme $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_n$ en fonction de n, puis calculer la limite de S_n lorsque $n \to +\infty$.