BACC 2014 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1

Soit le polynôme P à variable complexe z défini par :
$P(z) = z^3 - (5 + i)\, z^2 + (10 + 6i)\, z + m$ où m est un nombre complexe non nul.
1°) Détermination la valeur de m pour que $2i$ soit une solution de l'équation $P(z) = 0$.
2°) Résolution dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 - (5 + i)\, z^2 + (10 + 6i)\, z - 8 - 16i = 0$.
3°) Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, placer les points A, B et D d'affixes respectives $3 + i$; 7 et $2 - 2i$ et calculer l'affixe d'un point C pour que ABCD soit un parallélogramme.
4°) Calculer le module et l'argument de $a = \left(\sqrt{3} + i\right)^6$; En déduire que a est un réel.

EXERCICE 2

Une boîte contient 100 billets numérotés de 1 à 100.
1°) On extrait au hasard un billet de la boîte.
Chaque billet a la même probabilité d'être extrait. Calculer la probabilité d'obtenir un billet, dont le numéro est un nombre qui se termine par 3 et est divisible par 3
2°) On tire au hasard et simultanément deux billets de la boîte.
a - Calculer le nombre de différents tirages possibles.
b - Ces billets étant utilisés pour une tombola, un billet est gagnant si son numéro se termine par 3 et est divisible par 3.
Calculer la probabilité d'obtenir :
A : « Aucun billet gagnant ».
B : « Un seul billet gagnant ».
C : « Deux billets gagnants »
NB : On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

PROBLEME

I) On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2x - 1 + e^{-x}$.
On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.
1 – a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = (2xe^x - e^x + 1).e^{-x}.$$

En déduire $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.
b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.
2 – a) Pour tout réel x, démontrer que $f'(x) = \dfrac{2e^x - 1}{e^x}$.
b) Etudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variation de f.
3 – a) Démonstration de la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$. On précisera la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D)
b) Calculer $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Donner la signification géométrique de ce résultat.

4 – a) Calculer les coordonnées du point I, intersection de la courbe $(\mathcal{C})$ avec l'axe des ordonnées $(y'0y)$ b) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ en I.

5–a) Recopier le tableau suivant puis compléter :

X	ln 3	1	2ln 2
f(x)			

On donne: $\ln 3 \simeq 1{,}1$; $\ln 2 \simeq 0{,}7$; $e \simeq 2{,}7$;
$e^{-1} \simeq 0{,}37$; $e^{-2} \simeq 0{,}14$.

b) Constriction (D), (T) et $(\mathcal{C})$.

6)–a) Trouver une primitive F de f sur IR. b) Calculer, en cm^2 et à 10^{-2} près, l'aire A du domaine plan limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses $x'0x$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

II) -1) (U_n) est une suite géométrique de raison $q > 0$ telle que : $u_2 = 2$ et $16 u_4 = u_0$.

a) Calculer la raison q et le premier terme u_0. b) Exprimer U_n en fonction de n.

2) Soit (V_n), la suite définie par : $V_n = \ln U_n$, $n \in IN$.

a) Démontrer que (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = -\ln 2$.

b) Calculer la somme $S = V_0 + V_1 + \ldots + V_9$.