BACC 2013 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1 :

Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé $(0,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

1) Résoudre dans IR l'équation: $z^2-(6-i)z\ +11-3i=0$.
2) On donne les points A, B, et C d'affixes respectives :

$z_A=3+i$; $z_B=3-2i$ *et* $z_C=3+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$

a/ Placer dans le repère les points A, B et C.

b/ On pose $Z=\dfrac{z_A-z_B}{z_C-z_B}$.

Calculer le module et l'argument de Z puis en déduire la nature du triangle ABC.

c/ Déterminer l'affixe du point D pour que B soit le milieu du segment [C D].

EXERCICE 2 :

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont 2 rouges, 3 vertes et 5 noires.

1) On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

a/ Calculer le nombre de cas possibles.

b/ Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir 3 boules de même couleur ». B : « Obtenir 3 boules de couleurs deux à deux distinctes ».

C : « Les deux boules rouges sont tirées ».

2) On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

a/ Prouver qu'il y a 720 cas possibles.

b/ Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

D : « Obtenir **exactement et successivement** 2 boules rouges ».

E : « Obtenir aucune boule noire ».

PROBLEME :

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[par $f(x)=x-2\ln x$.

On note par (**C**) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$ d'unité 2 cm.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a/ Pour tout $x>0$, vérifier que, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme

$f(x)=x\left(1-2\dfrac{\ln x}{x}\right)$.

b/ Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$, calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

a/ Pour tout x réel positif, démontrer que $f'(x)=\dfrac{x-2}{x}$ où f' désigne la fonction dérivée première de f .

b/ Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

3)a/ Calculer à 10^{-2} près : f(1), f(2) et f(e).

b/ Etudier la branche infinie de la courbe (**C**) au voisinage de $+\infty$
4) Tracer (**C)** avec son asymptote.
5) On considère la fonction G définie sur$]0\,;+\infty[$ par $G(x)=x(\ln x-1)$.
a/ Calculer $G'(x)$ où G' désigne la fonction dérivée première de G.
b/ Calculer, en cm^2 et à 10^{-1} près, l'aire A du domaine plan délimité par : la courbe (**C**), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=1$ et $x=e$

PARTIE B

Soit la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ à termes positifs telle que : $U_1=e^2$ et pour tout $n\geq 1, e.(U_{n+1})^2-U_n=0$
1) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.
2) En déduire les valeurs de U_2 et de U_3.
3) Pour tout $n\geq 1$, on pose $2V_n=1+\ln U_n$.
a/ Démontrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{1}{2}$ et de premier terme V_1 que l'on précisera.
b/ Exprimer V_n en fonction de n. On donne $\ln 2\approx 0{,}7$: $e\approx 2{,}7$
