BACC 2010 MATHS (GC-IND-AGRI)

EXERCICE 1

Soit z un nombre complexe d'argument $\frac{3\pi}{4}$ tel que $|z| = 2\sqrt{2}$

1). a) Ecrire z sous la forme trigonométrique.
b) Donner la partie réelle et la partie imaginaire de z^4.
c) Résoudre dans IC, l'équation : $z^2 - 4z + 8 = 0$

2).Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé **R** $= (O, \vec{u}, \vec{v})$,
on donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2 - 2i$; $z_B = 2 + 2i$ et $z_c = -2 + 2i$.

a) Placer les points A, B et C dans ce repère.

b) On pose **Z**= $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. En utilisant l'argument de **Z** et le module de **Z**, déterminer la nature du triangle ABC.

c) Construire dans le repère **R,** l'ensemble (Δ) des points M d'affixe z tel que $\left|\frac{z - z_A}{z - z_C}\right| = 1$

EXERCICE 2

Un bassin contient 10 poissons indiscernables au toucher dont 5 carpes, 2 « tilapia » et 3 poissons rouges.

1) On prend au hasard et simultanément 3 poissons du bassin.
a) Calculer le nombre de cas possibles.
b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « obtenir trois carpes »
B :« obtenir exactement un « tilapia »
C :« obtenir aucun poisson rouge ».

2) On tire successivement avec remise 4 poissons du bassin.
Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
D : « obtenir quatre « tilapia » ».
E : « obtenir dans l'ordre deux carpes aux deux premiers tirages et un « tilapia » au dernier tirage ».

N.B. : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

PROBLEME

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur IR par :
$f(x) = e^{2x} - e^x$. (**C**) désigne la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé **R** $= (O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 4cm.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Que peut-on en conclure pour la courbe (**C**) ?

b) Démontrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

2)a) Prouver que pour tout réel x ; $f'(x)$ peut s'écrire $f'(x) = e^x(2e^x - 1)$. Où f ' est la fonction dérivée de f.

b) Etudier le signe de $f'(x)$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

3) Justifier que la courbe (**C**) passe par les points $A\left(-\ln 2; -\dfrac{1}{4}\right)$ et $B\left(-2\ln 2; \dfrac{-3}{16}\right)$

4) Démontrer que la courbe(**C**) admet un point d'inflexion I dont- on précisera les coordonnées.

5) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (**C**) au point 0

6) Tracer (T) et (C) dans le même repère **R**

7) Calculer, en cm², l'aire A du domaine plan délimité par la courbe (**C**), l'axe des abscisses et les droites d' équations $x = -\ln 2$ et $x = 0$.

On donne $e \approx 2{,}7$, $\ln 2 \approx 0{,}7$.

PARTIE B

1) Vérifier que $2e$ est la solution de l'équation $\ln x = 1 + \ln 2$.

2) Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ \ln(U_{n+1}) = 1 + \ln(U_n) \end{cases}$.

a) Montrer que $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison q = e.

b) On pose $S_n = U_0 + U_1 + \ldots\ldots + U_{n-1}$.

Démontrer que $S_5 = 2(e^4 + e^3 + e^2 + e + 1)$