Fonctions numériques : séquence 4

Exercice 1

Soit f la fonction définie sue [- 1 ; 1] par : $f(x) = x^3 + 3x$.

1) Montrer que f est impaire.

2) Montrer que $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

3) Montrer que f est croissante dans [0 ; 1]. Dresser le tableau de variation de f dans cet intervalle.

3) compléter le tableau suivant (valeur à 10^{-2} près).

x	0	0,25	0,5	0,75	1
f(x)					

4) Tracer la courbe de f dans [0 ; 1], puis en utilisant les propriétés concernant les fonctions impaires, achever la construction.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur] $-\infty$; 3 [par f(x) = $\frac{1}{x-3}$

Soit a et b deux réels tels que a < b < 3

1) compléter les propositions suivantes par les symboles < ou > :

Si a < b < 3, alors a -3….b-3 … 0 et par suite ; $\frac{1}{a-3}$ ….. $\frac{1}{b-3}$ car $x \rightarrow \frac{1}{x}$ est décroissante sur] $-\infty$; 0 [.

2) En déduire les variations de f sur] $-\infty$; 3 [

Exercice 3

1) En utilisant les fonctions de références, pour 0 < a < b, comparer a² et b² , puis $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$ pour 0 < a < b.

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $\frac{1}{x^2+1}$. Montrer que f est paire.

3) Montrer que f est croissante sur [0 ; $+\infty$ [

4) En reprenant la même méthode qu'au 1), étudier le sens de variations de f sur] $-\infty$; 0 [

5) Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 4

Étudier les variations de f dans l'intervalle I si :

1) f(x) = $\sqrt{x+1}$ et I = [- 1 ; 8] 2) f(x) = $\sqrt{1-2x}$ et I = [- 4 ; $\frac{1}{2}$] 3) f(x) = $\sqrt{x^2-4}$ et I = [2 ; 4]