Série 1 : Équations et inéquations du second degré – Exercices corrigés

Exercice 1 :

Résoudre dans IR l'inéquation $2x^2-5x-3\geq 0$.

Solution :

Le discriminant de l'équation $2x^2-5x-3=0$ est Δ =(-5)²-4(2)(-3) =49.

Les racines sont $x_1=\frac{-(-5)+\sqrt{49}}{2(2)}=3$ et $x_2=\frac{-(-5)-\sqrt{49}}{2(2)}=-\frac{1}{2}$

On a donc $2x^2-5x-3=2(x-3)(x+\frac{1}{2})$.

Un tableau de signes va nous permettre de répondre à la question posée.

x	-∞		-1/2		3		+∞
x - 3		-		-	0	+	
x + 1/2		-	0	+		+	
2x² - 5x - 3		+	0	-	0	+	

D'où l'ensemble des solutions est $S=]-\infty;-\frac{1}{2}]\cup[3;+\infty[$

Exercice 2 :

Des ouvriers d'une entreprise en difficulté ne voulant pas perdre leur emploi décident d'un commun accord de racheter leur outil de travail et de se mettre en auto-gestion. Le montant global du rachat est fixé à 240 millions d'Ariary par l'ancien propriétaire. Mais au moment de la signature du contrat de cession, quatre d'entre eux se désistent, obligeant ainsi les autres à devoir payer cent mille Ariary de plus chacun.

1. Quel est le nombre X d'ouvriers initialement consentants ?

2. En déduire la charge financière qui revient à chacun d'eux avant et après le désistement de quatre autres.

Solution :

La charge financière (en milliers d'Ariary) consentie par chacun de X ouvriers s'élève à $C_1=\frac{240\ 000}{X}$.

Après le désistement de quatre ouvriers, la charge s'élèvera à $C_2=\frac{240\ 000}{X-4}$

On doit avoir $C_2=C_1+100$ soit $\frac{240\ 000}{X-4}=\frac{240\ 000}{X}+100$.

Cette équation se réécrit sous la forme $X^2-4X+9600=0$.

Ses racines sont X_1 = -96 et X_2 = 100, or X est positif donc seule la solution X_2 = 100 convient.

Pour 100 ouvriers favorables, la charge financière est $C_1=\frac{240\ \ 000}{100}=2400$ soit 2 400 000 Ariary.

Pour 96 ouvriers favorables, la charge financière est $C_1=\frac{240\ \ 000}{96}=2500$ soit 2 500 000 Ariary.

Exercice 3 :

On appelle *équation bicarrée* une équation du type $aX^4+bX^2+c=0$ (a ≠ 0) ; c'est donc une équation du second degré en X, en posant $x^2=X$. On est donc ramené à la résolution du système :

Résoudre dans IR l'équation $X^4+5X^2+4=0$

Solution :

En posant $x^2=X$ avec $X \geq 0$, l'équation devient $X^2-5X+4=0$.

Le discriminant vaut $\Delta = 9$, les racines sont $X_1 = 1$ et $X_2 = 4$ (elles sont toutes les deux positives).

D'où les racines de $x^4-5x^2+4=0$ sont : $x_1=1$; $x_2=-1$; $x_3=2$ et $x_4=-2$.