

Série 2 : Exercices sur le dénombrement

Exercice 1 :

1. Quel est le nombre de parties non vides d'un ensemble E de cardinal n ?
2. De combien de façons peut-on choisir une ou plusieurs personnes dans un groupe de six personnes ?

Exercice 2 :

Quel est le nombre de poignées de mains échangées lorsque dix personnes se rencontrent ?

Exercice 3 :

E désigne un jeu de 32 cartes, A l'ensemble des as de ce jeu, B l'ensemble des cartes qui ne soient pas des as. Quel est le nombre de jeux de deux cartes comprenant un as et une carte qui n'est pas un as ?

Exercice 4 :

On considère l'ensemble $E = \{a, e, i, l, m, n, p\}$. On appelle "mot" formé avec ces sept lettres toute suite de ces sept lettres écrites dans un certain ordre de gauche à droite sur une même ligne.

1. Combien de mots peut-on former ?
2. Combien peut-on former de mots :
 - a) commençant par une voyelle ?
 - b) commençant et finissant par une voyelle ?
 - c) commençant par une voyelle et finissant par une consonne ?
 - d) si les voyelles doivent occuper les places paires ?

Exercice 5 :

Un dé normal est un cube dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Deux nombres marqués sur deux faces opposées ont pour somme 7.

1. On lance deux dés D_1 et D_2 de couleurs différentes. On note x le nombre obtenu avec le cube D_1 et y le nombre obtenu avec le dé D_2 .
 - a) Quel est le nombre de couples $(x ; y)$ possibles ? (*Faire un tableau*)
 - b) Quel est le nombre de cas amenant une somme $x+y = 8$? une somme $x+y \leq 6$?
2. Reprendre les mêmes questions dans le cas où les deux dés sont identiques.

Exercice 6 :

On veut constituer un bureau comprenant trois femmes et quatre hommes. Les trois femmes sont choisies parmi dix et les quatre hommes parmi sept.

1. Combien de bureaux différents peut-on former ?
2. On suppose que Mme A et Mr B ne peuvent appartenir à un même bureau, combien de bureaux différents peut-on former ?

Exercice 7 :

On dispose d'un jeu de 32 cartes ordinaires.

1. De combien de manières peut-on choisir une "main" de huit cartes contenant :
 - a) exactement un as ?
 - b) au moins un as ?
 - c) l'as de pique et cinq trèfles exactement ?
 - d) exactement un roi, une dame et un valet ?
 - e) le roi de cœur et au moins deux carreaux ?
2. On considère quatre joueurs. Combien y a-t-il de distributions possibles de huit cartes ?

Exercice 8 :

Pierre, Jules et Irène sont des élèves d'une classe de neuf garçons et onze filles. On se propose de prendre dans cette classe trois garçons pour jouer les rôles respectifs de Tartuffe, Orgon et Cléante, deux filles pour jouer les rôles respectifs d'Elmine et de Marianne.

Un tel ensemble de trois garçons et de deux filles, dans lequel le rôle de chacun est bien précisé, est appelé une "troupe".

1.
 - a) De combien de façons peut-on choisir les trois garçons en affectant à chacun d'eux un rôle bien déterminé ?
 - b) Même question pour les filles.
 - c) En déduire le nombre de troupes que l'on peut constituer.
2.
 - a) Combien y a-t-il de troupes qui comportent Pierre et Jules ?
 - b) Combien y en a-t-il qui comportent Pierre, Jules et Irène ?

Exercice 9 :

Sur une autoroute, une société pétrolière a installé cinq stations-service. Elle veut affecter cinq gérants, notés A, B, C, D et E, à la tête de chaque station.

1. De combien de façons peut-elle faire ces affectations ?
2. parmi ces façons, combien y en a-t-il où A, B et C sont affectés à trois stations consécutives :
 - a) dans l'ordre alphabétique ?
 - b) dans n'importe quel ordre ?

Exercice 10 :

Une boîte contient dix billes dont 5 rouges, 3 blanches et 2 vertes.

On tire au hasard et simultanément trois billes de la boîte.

1. Quel est le nombre de cas possibles ?
2. Quel est le nombre de cas favorables au tirage :
 - a) de trois billes blanches ?
 - b) de trois billes rouges ?
 - c) de trois billes de même couleur;
 - d) de trois billes de couleurs différentes ?
 - e) de trois billes dont deux exactement sont de la même couleur ?

Exercice 11 :

On veut choisir un chef et p exécutants parmi n personnes.

1. Calculer le nombre de choix possibles si :
 - a) on choisit le chef puis les p exécutants ;
 - b) on choisit les p exécutants puis le chef ;
 - c) on choisit $(p+1)$ personnes parmi lesquels on désigne le chef.
2. Vérifier par le calcul qu'on obtient le même nombre.