

Exemple de fonction avec valeur absolue

Soit f la fonction définie par $f(x) = |x^2 - 4|$

- $D_f = \mathbb{R}$
- f est paire, $D_e = [0; +\infty[$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$
- Dérivabilité :

x	0	2	$+\infty$
$x^2 - 4$	-	0	+
$ x^2 - 4 $	$4 - x^2$	0	$x^2 - 4$

Sur $[0; 2[$, $f(x) = -x^2 + 4$

Elle est dérivable sur cet intervalle et $f'(x) = -2x$

Sur $]2; +\infty[$

f est dérivable et $f'(x) = 2x$

En 2 :

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x^2 + 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(x + 2) = -4$$

f n'est pas dérivable en 2 et la courbe représentative de f admet en ce point deux demi tangentes à gauche et à droite de pentes respectives -4 et 4

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-2x$	$2x$	
$f'(x)$	-	+	+
$f(x)$	4	0	$+\infty$

