Barycentres : série n°2

Exercice 1
A et B sont deux points donnés.
Placer le point G tel que $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{GB}$

Exercice 2
A et B sont deux points donnés distants de 5 cm.
a) Montrer que le barycentre G des points pondérés (A ; -2) et (B; 5) existe.
b) Placer G

Exercice 3
Placer le barycentre de
a) (A,3), (B6)
b) (A,3), (B,-2)
c) (A,3), (B, -2)

Exercice 4
G est le barycentre de (A, 4), (B,-3) et H celui de (A,-3), (B,4).
Montrer que G et H sont symétriques par rapport au milieu I de [AB]

Exercice 5
(D) et (D') sont deux droites parallèles.
Une droite (Δ) coupe (D) en A, et (D') en B.
a) Placer le barycentre O de (A, 1), (B,-3)
b) La droite (Δ') passe par O et coupe (D) en A' et (D') en B'.
Démontrer que O est le barycentre de (A', 1), (B',-3)

Exercice 6

Déterminer les réels a et b pour G soit le barycentre de (A, a), (B, b) dans chacun des cas suivants :
a) $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{GB}$
b) $2\overrightarrow{GA} - 5\overrightarrow{BA} = \vec{0}$
c) $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 0$
d) G est le symétrique de B par rapport à A.

Exercice 7
ABC est un triangle, k un réel différent de 1, G le barycentre de (A,1), (B,k) et H le barycentre de (A,1, (C,k).
Montrer que (GH) est parallèle à ((BC)

Exercice 8
A (-1,2) et B(5,3) sont deux points du plan.
Calculer les coordonnées du barycentre G de (A,1), (B,3)

Exercice 9
ABC est un triangle.
a) Placer le point G barycentre de (A, 1), (B, -1), (C, 1)
b) Montrer que ABCG est un parallélogramme.

Exercice 10
Trouver les réels a, b et c pour que G soit le barycentre de (A,a), (B,b),(C,c) dans chacun des cas suivants:

a) $\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$

Exercice 11
A, B, C et D sont quatre points donnés.
Construire le point M tels que $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}$.

Exercice 12
ABCD est un parallélogramme et E un point du plan.
Montrer que E, A, C et E, B, D ont même isobarycentre.

Exercice 13
A (1,2), B(-3,1), et C(5,7) sont trois points du plan.
Calculer les coordonnées du barycentre G de (A,2), (B,-1),(C,3).

Exercice 14
ABC est un triangle.
a) Construire le barycentre A' de (B,-2), (C,3), le barycentre B' de (C,3), (A,1), et le barycentre C' de (A,1), (B,-2).
b) Soit G le barycentre de (A,1), (B,-2), (C,3)
Montrer que G est le barycentre de (C',-1), (C,3).
En déduire que G appartient à la droite (CC').
De la même façon, montrer que G appartient à (AA') et à (BB').

Exercice 15
ABC est un triangle.
a) Construire le barycentre K de (A,1), (B,2) (C,3).
b) Construire le barycentre L de (A,1), (B,3), (C, -3).
c) Montrer que (AL) et (BC) sont parallèles.

Exercice 16
1.- G est le barycentre de (A,a), (B,b,), (C,c),(D,d) avec $a+b+c+d \neq 0$.
a) H est le barycentre de (A,a), (B,b) $(a+b \neq 0)$ et K le barycentre de (C,c), (D,d) ($c+d \neq 0$).
Montrer que G est le barycentre de (H,a+b),(K, c+d).
b) I est le barycentre de ((A,a), (B,b,), (C,c), ($a+b+c \neq 0$).
Montrer que G est le barycentre de (I, a+b+c), (D,d).

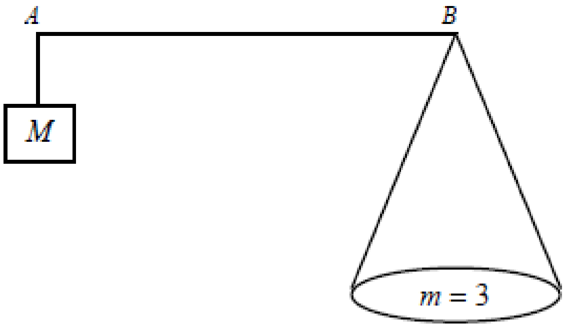
Exercice 17
ABC est un triangle rectangle en A.
A' est le projeté de A sur [BC].
On pose : BC = a, CA = b et AB = c.
Montrer que A' est le barycentre de $(B, b^2), (C, c^2)$.
Montrer que le milieu I de [AB] est le barycentre de $(A, a^2), (B, b^2), (C, c^2)$.

Exercice 18

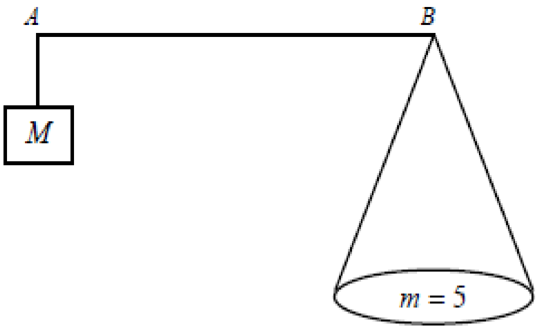
Une balance est constituée d'une masse M et d'un plateau fixé aux extrémités d'une tige. Pour peser une masse m, le vendeur place, à une position précise, un crochet sur la tige. Cette balance a l'avantage, pour le commerçant, de ne pas manipuler plusieurs masses.

1°) Pour chacun des cas suivants, où faut-il fixer le crochet G sur le segment $[AB]$ pour réaliser l'équilibre ? ($M = 2$ kg)

Cas 1 :



Cas 2 :



(On pourra reproduire ces schémas à l'échelle de son choix)

2°) Le point G est tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. Quelle est la masse pesée ? ($M = 2$ kg)

Exercice 19

Etant donné un triangle ABC et k un réel non nul, on définit les points D et E par les relations : $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CE} = k\overrightarrow{CA}$

1°) Faire une figure illustrant ces données lorsque $k = \frac{1}{3}$, puis lorsque $k = -1$

2°) Démontrer que D est le barycentre de $(A, 1-k)$ et (B, k)

3°) Démontrer que E est le barycentre de $(C, 1-k)$ et (A, k)

4°) En déduire que pour tout point M du plan, on a :

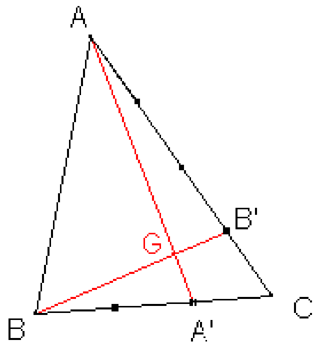
$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + k\overrightarrow{CB} = 2\left(\overrightarrow{MB'} + k\overrightarrow{B'C'}\right)$$

Où B' et C' sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$

5°) Soit I le milieu de $[DE]$, déduire de la question précédente que I, B' et C' sont alignés.

Exercice 20

Sur la figure, les droites (AA’) et (BB’) sont concourantes en G.
A l’aide des données de la figure,
1.- Déterminer deux systèmes de points pondérés dont A’ et B’ sont les barycentres.
2.- Démontrer que G est le barycentre de (A , 2) , (B,3), (C,6).
3.- En déduire la position du point C’, intersection des droites (CG) et (AB).



Exercice 21
On considère un triangle ABC ainsi que les points I, J et K définis par : I est le symétrique du milieu du segment [AB] par rapport à B ; le point J vérifie $2\overrightarrow{JA}-3\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{O}$ et le point K : $\overrightarrow{BK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1.- Faire une figure, puis placer les points I, J et K en justifiant la construction. Que peut-on conjecturer à propos des droites (CI), (BJ) et (AK) ?
2.- Expliciter les points I, J et K en termes de barycentres des points A, B et C.
3.- Prouver que les droites (CI), (BJ) , et (AK) sont concourantes.