Série 1 : Suites numériques

Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_n = \frac{3n-2}{n^2+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 2 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer les cinq premiers termes de cette suite.
2. Que dire de la suite u_n ?

Exercice 3 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3}{u_n + 1} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

Exercice 4 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par $\begin{cases} u_0 = 1,\ u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 2u_{n-1} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer les dix premiers termes de cette suite.
2. Donner l'expression explicite de cette suite. Que vaut u_{73} ?

Exercice 5 :

(u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0.

1. Exprimer u_1, u_2, u_3 et u_4 en fonction de u_0 et r.
2. Exprimer u_n en fonction de u_0, n et r.
3. Exprimer u_p en fonction de u_0, p et r.
4. Exprimer u_n en fonction de u_p, (n-p) et r.

Exercice 6 :

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0.

1. Exprimer u_1, u_2, u_3 et u_4 en fonction de u_0 et q.
2. Exprimer u_n en fonction de u_0, n et q.
3. Exprimer u_p en fonction de u_0, p et q.
4. Exprimer u_n en fonction de u_p, (n-p) et q.

Exercice 7 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 5-2n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
3. Calculer la somme $u_0 + u_1 + ... + u_{99} + u_{100}$.

Exercice 8 :

On considère la suite (u_n) définie par $u_n = (n+1)^2 - n^2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Si oui, préciser sa raison.
3. Calculer la somme $S = 1+3+5+...+197+199$.

Exercice 9 :

1. Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = 3 \times \frac{2^n}{5^{n+1}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.
2. Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = 2 \times \frac{3^{n+1}}{4^{n-2}}$ est une suite géométrique de raison q à déterminer.

Exercice 10 :

La suite (u_n) est arithmétique de raison r=8. On sait que $u_{100} = 65$. Que vaut u_0 ?

Exercice 11 :

Dans chacun des cas suivants, calculer la raison r et le premier terme u_0 de la suite arithmétique (u_n).

a) $u_1 = 2$ et $u_3 = 10$;

b) $u_2+u_3+u_4 = 9$ et $u_6 = 9$;

c) $u_1-u_3 = 4$ et $u_2+u_4 = -10$.

Exercice 12 :

(u_n) est une suite arithmétique de raison 5 tel que $u_6 = 2$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_7, u_8 et u_9.
2. Calculer u_{100}.

Exercice 13 :

La suite (u_n) est arithmétique de raison r. On sait que $u_{50} = 406$ et $u_{100} = 806$.

1. Calculer la raison r et u_0.
2. Calculer la somme $u_{50} + u_{51} +...+ u_{99} + u_{100}$.

Exercice 14 :

1. (u_n) est la suite arithmétique vérifiant $u_{23} = 71$ et $u_{75} = 227$.
   a) Calculer la somme $u_{23} + u_{24} +...+ u_{75}$.
   b) Calculer la raison r de la suite (u_n).
   c) Exprimer u_n en fonction de n.

2. (v_n) est la suite numérique définie par $v_n = 2\left(\frac{5}{8}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n
   b) En déduire la nature et la raison de la suite (v_n)
   c) Calculer la limite de la suite (v_n)

Exercice 15 :

On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_n = 1$ et de raison $q = 2$.

1. Calculer u_2, u_3, u_4 et u_{20}.
2. Calculer la somme $u_1 + u_2 + ... + u_{20}$.

Exercice 16 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer la raison q, le premier terme u_0 et le terme général u_n de la suite géométrique à termes positifs (u_n).

a) $u_2 = 4$ et $u_4 = 1$;

b) $u_1 = \frac{1}{4}$ et $u_2 + u_3 = \frac{3}{2}$.

Exercice 17 :

1. Déterminer un nombre réel λ tel que les trois nombres 25, λ et 16 soient trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison négative.
2. Donner l'expression explicite de cette suite.

Exercice 18 :

(u_n) est une suite arithmétique vérifiant $u_4 = 1$ et $u_1 + u_2 + ... + u_7 = 7$.

1. Trouver la raison r de cette suite, ainsi que son 1er terme u_0.
2. Donner alors l'expression explicite de u_n.

Exercice 19 :

u_n est une suite géométrique à termes positifs vérifiant : $\begin{cases} u_2 \times u_4 = 1 \\ u_2 + u_4 = \frac{5}{2} \end{cases}$.

1. Trouver les termes u_2 et u_4 de cette suite.
2. Donner la raison q de cette suite ainsi que son premier terme u_0.
3. Donner l'expression explicite de u_n.