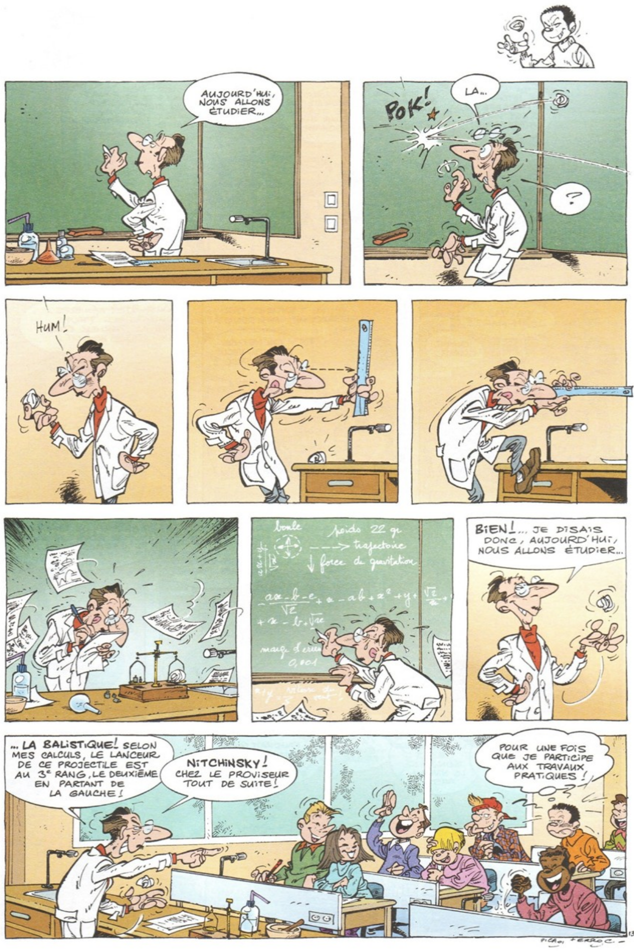
Chute libre dans un champ de pesanteur uniforme



1. Définitions

1.1 – Chute libre

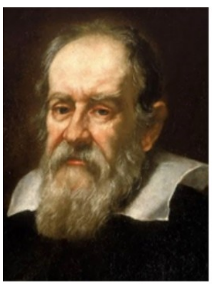
Un solide est en chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à l'action de son poids.

En toute rigueur, l'étude de la chute libre ne peut avoir lieu que dans le vide. Dans l'air, la chute sera considérée comme libre si l'on peut négliger l'action de l'air sur le solide. On choisit pour cela un objet

- de masse volumique très supérieure à celle de l'air, pour que la valeur de la poussée d'Archimède soit négligeable devant celle du poids (éviter les balles de ping pong ou les plumes)
- de forme aérodynamique (sphérique par exemple), pour que la valeur de la force de frottement soit négligeable devant la valeur du poids (expérience de la feuille de papier froissée)

De plus, la valeur de la force de frottement augmentant avec la valeur de la vitesse, on choisit des hauteurs de chute faibles (de l'ordre du mètre), pour que les valeurs des vitesses acquises restent faibles.

Galilée imagine une réponse à cette question et l'expose dans son ouvrage intitulé *Discours concernant deux sciences nouvelles* publié en 1638. Dans cet extrait, Salviati (qui énonce les théories de Galilée) répond à Simplicio (défenseur des positions les plus conservatrices) : SIMPLICIO. – Vous n'avez pas, je suppose, l'intention de nous prouver qu'une balle de liège tombe à la même vitesse qu'une balle de plomb ? SALVIATI. – […] Ayant vu, dis-je, tout cela, j'en arrive à la conclusion que si l'on éliminait complètement la résistance du milieu, tous les corps tomberaient à vitesse égale.	Aux alentours de 1670, Newton réalise une expérience pour valider l'hypothèse de Galilée : à l'aide d'une machine pneumatique, il fait le « vide » dans un long tube de verre contenant une bille en fer, une boule en liège et une plume. Le tube est rapidement retourné et placé en position verticale, il observe alors la chute simultanée des trois objets. En 1971, lors de la mission Apollo 15, l'astronaute David Scott, laisse tomber de la même hauteur un marteau et une plume, et constate que les deux objets arrivent simultanément sur le sol lunaire.

1.2 Champ de pesanteur

Tout ce qui entoure la Terre tombe vers son centre : même nous, qui sommes retenus par le sol, et même la Lune, qui s'en écarte à chaque instant suffisamment grâce à sa grande vitesse de rotation. Pour rendre compte de ce phénomène d'attraction, on dit qu'il existe un champ de pesanteur au

voisinage de la Terre ; ce champ est caractérisé en un point par le vecteur *g* . Comme une aiguille aimantée met en évidence, en s'orientant, l'existence d'un champ magnétique, un solide de masse m met en évidence, en tombant, l'existence d'un champ de pesanteur.

L'action de la Terre sur un solide de masse m est modélisée par une force, le poids *P* tel que

$$\vec{P}=m\vec{g}$$

force dirigée vers le centre de la Terre. On peut donc définit le champ de pesanteur par la relation

$$\vec{g}=\frac{\vec{P}}{m}$$

Ce champ a

- une direction : la verticale du lieu
- un sens : du haut vers le bas (vers le centre de la Terre)
- une intensité, dite intensité du champ de pesanteur, qui vaut en moyenne 9,8 $N.kg^{-1}$ à la surface de la Terre

La valeur du champ de pesanteur varie avec le lieu : elle diminue avec l'altitude, mais augmente avec la latitude (angle entre l'équateur et la verticale du lieu)

Paris (altitude 33m)

g = 9,811N/kg

Sommet du Mont Blanc
(alt. 4 809 m)
g = 9,792 N.kg

Pôle nord :

g = 9, 83N/kg

Équateur : g = 9,78N/kg

On peut préciser l'expression du champ de pesanteur à l'aide de la loi de gravitation universelle de Newton. En effet, le poids s'identifie avec la force de gravitation exercée par la Terre sur le corps de masse m,

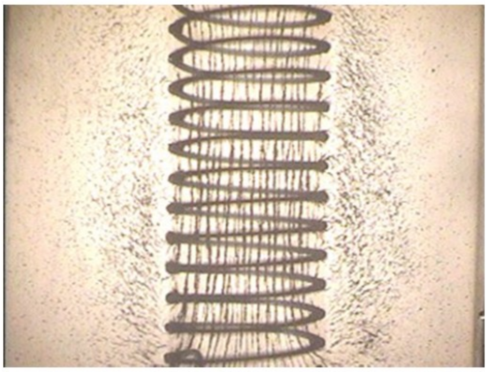
P = F

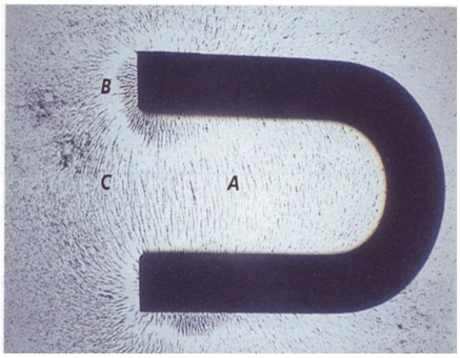
s'écrit : $mg=G\frac{mM_T}{d^2}=G\frac{mM_T}{(R_T+z)^2}$ d'où par identification : $g(z)=G\frac{M_T}{(R_T+z)^2}$

Cette expression tend à expliquer que les fusées et navettes soient lancés au plus près de l'équateur terrestre. En effet, en plus de vastes étendues marines, les régions équatoriales ont la propriété d'être plus éloignées du centre de la Terre que les régions polaires, puisque la Terre est aplatie aux Pôles. La gravité équatoriale est donc plus faible que la gravité polaire…

1.3 Champ de pesanteur uniforme

En classe de $1^{ère}$ A-S, on a qualifié d'uniforme le champ magnétique dans une région de l'espace lorsque le vecteur champ est identique en tout point de cette région : c'est le cas, par exemple, dans l'entrefer d'un aimant en U ou à l'intérieur d'un solénoïde





Lignes de champ magnétique dans un solénoïde Lignes de champ magnétique dans l'entrefer d'un aimant en U On considère que le champ de pesanteur est uniforme dans un domaine dont les dimensions sont de l'ordre du kilomètre : on peut alors considérer que les verticales sont parallèles (à l'échelle de la Terre, dont le rayon est de RT = 6 380 km >> 1 km) et que la valeur de g est constante.

<u>Remarque</u> : parallélisme

Une variation de 1 km sur la surface de la Terre équivaut à une variation angulaire au centre de

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{6380}\right)=0{,}009^{o}$$

Ceci justifie que les lignes de champ de pesanteur puissent être considérées verticales.

<u>Remarque</u> : uniformité de g

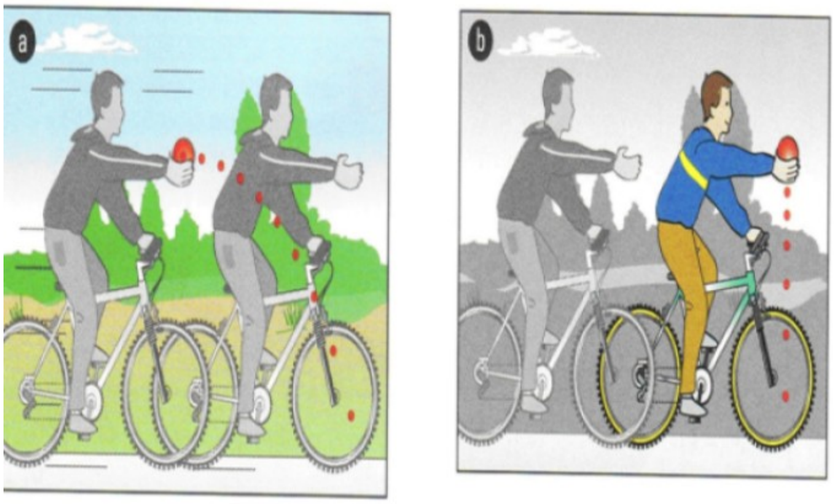
Amusons nous à calculer la variation Δg de g sur une différence d'altitude Δz = 1 km par rapport à la surface de la Terre :

$$\Delta g = g(z=0) - g(z=1.10^3 m) = \frac{6{,}674.10^{-11} x 5{,}974.10^{24}}{6{,}380.10^{6}} - \frac{6{,}674.10^{-11} x 5{,}974.10^{24}}{6{,}381.10^{6}}$$

$$= 9{,}795 - 9{,}792 = 0{,}003 N/kg$$

ce qui représente une variation de : $\frac{\Delta g}{g_0} x 100 = \frac{0{,}003}{9{,}795} x 100 = 0{,}03\ \%$

2. Modélisation du mouvement



Étude de la chute de la balle dans le référentiel terrestre (a) et dans le référentiel du vélo (b). L'étude de la chute libre d'un solide dans un champ de pesanteur uniforme est réalisée dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen (les durées de chute considérées étant de l'ordre de quelques secondes tout au plus, elles sont négligeables devant la durée du jour terrestre).

2.1 – Vecteur accélération Le système étudié est un solide de masse m et de centre d'inertie G.

Le poids $\vec{P}=m\vec{g}$ est la seule force qui s'exerce sur ce système : la deuxième loi de Newton permet d'écrire : $\sum \overrightarrow{F_{ext}}=\vec{P}=m\vec{a}_g$ soit $m\vec{g}=m\vec{a}_g$ et enfin $\vec{a}=\vec{g}$

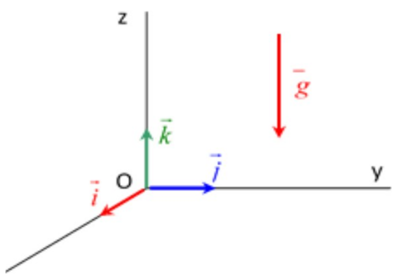
Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide lors d'une chute libre est égal au vecteur champ de pesanteur : la valeur de l'accélération ne dépend pas de la masse du solide.

Ainsi, des billes qui tombent ont même vecteur accélération lors de leur chute quand bien même elles auraient des masses différentes, et que cette chute se fasse avec ou sans vitesse initiale.

Remarque : dans la deuxième loi de Newton, nous avons implicitement supposé l'égalité entre masse gravitationnelle (dans l'expression du poids) et masse inertielle (dans la $2^{ème}$ loi de Newton). Cette équivalence est l'un des postulats centraux de la théorie de la Relativité générale d'Einstein.

2.2 Mouvement uniformément varié

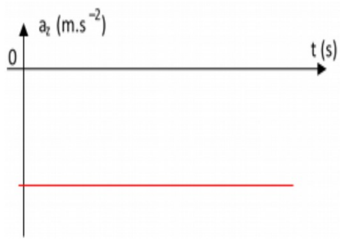
Dans le référentiel terrestre, on choisit un repère d'espace orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ tel que l'axe vertical $(O,\vec{k})$ est dirigé vers le haut.



La relation vectorielle $\vec{a}_g = \vec{g}$ permet d'écrire les coordonnées du vecteur accélération du centre d'inertie du solide puisqu'on connaît celles de : $\vec{g}$

$$\vec{a}_G(t) = \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

L'accélération selon l'axe (Oz) est constante : on dit que le mouvement selon la verticale est uniformément varié. La représentation de az(t) en fonction du temps est une droite horizontale.



2.3 Énoncé de la loi de la chute libre

- Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un solide lors d'une chute libre est égal au vecteur champ de pesanteur : la valeur de l'accélération ne dépend pas de la masse du solide. $\vec{a} = \vec{g}$
- Le mouvement est uniformément accéléré et recitiligne de vitesse v(t) = g.t
- la position du solide à un instant est : $OM(t) = \frac{1}{2} g . t^2$
- en éliminant le temps on a la relation : v^2 = 2gh où h le trajet parcouru à l'instant t.