Moment d'une force par rapport à un axe

1. Axe de rotation d'un solide

-Une porte peut tourner autour de ses gonds(*). La droite verticale les joignant constitue l'axe de rotation de la porte *(voir fig ci-dessous).*

-Dans une balance à 2 plateaux, l'arête horizontale perpendiculaire au couteau est **l'axe de rotation** du fléau.

(*pièces métalliques sur laquelle elle pivote)

2. Moment d'une force par rapport à un axe

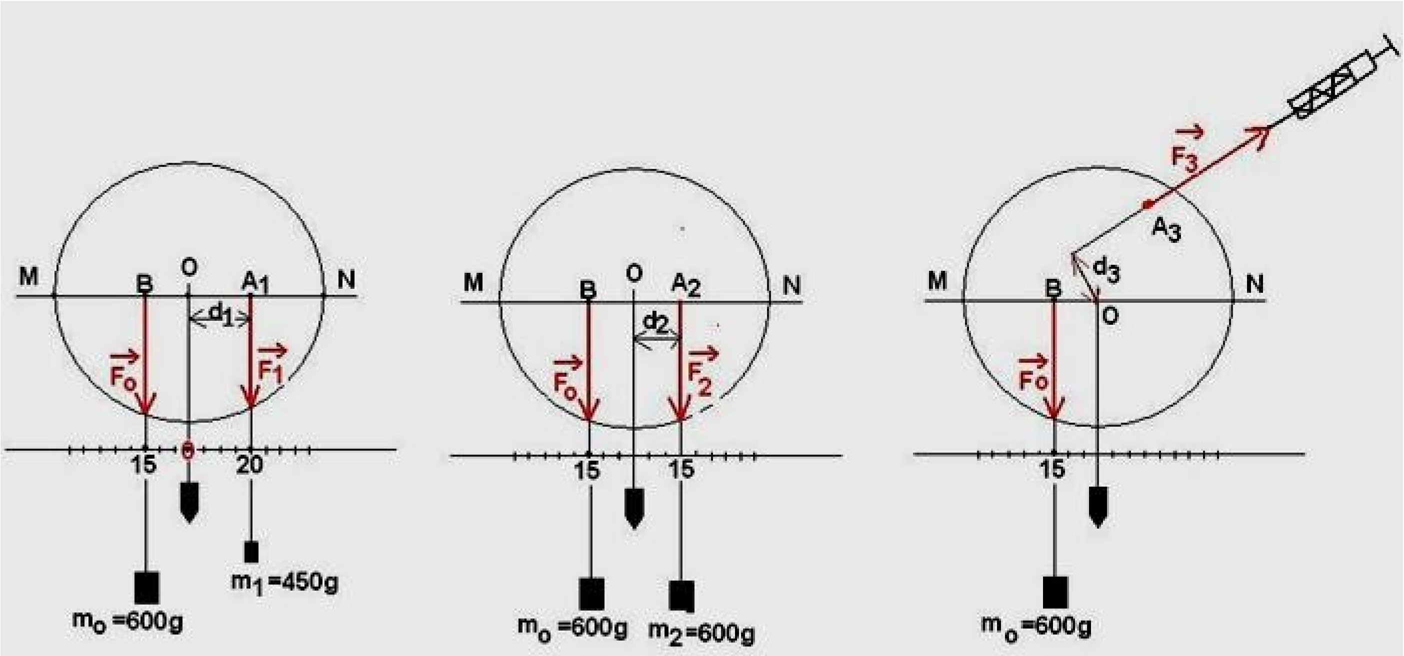
2.1 Expérience avec un disque

Soit un disque pouvant tourner avec un peu de frottement autour d'un axe (Δ) horizontal passant par le centre O de ce disque.

Exerçons sur lui les différentes forces : $\vec{F}_0 ; \vec{F}_1 ; \vec{F}_2 ; \vec{F}_3$

Celles-ci sont parallèles au plan du disque et sont donc perpendiculaires à son axe de rotation : **ces forces sont dites orthogonales à l'axe de rotation**.

On se propose de maintenir le diamètre MN du disque horizontalement en exerçant au même point B la même force F_o et, successivement en différents points A_1, A_2 des forces F_1, F_2 dont les intensités sont égales aux poids m.g des masses suspendues aux fils. La force F_3 inclinée exercée au point A_3 est mesurée par un dynamomètre (voir fig ci- dessous).



Pour chaque équilibre, relevons l'intensité de la force et la longueur « **d** » appelée **« bras de levier »** de la force. On a obtenu, avec OB=0.15m et Fo=6N. (g=10N.Kg^{-1})

F(N)=m.g	F_1=4.5	F_2=6	F_3=9
d(m)	d_1=0.2	d_2=0.15	d_3=0.1

Nous constatons que :

-pour maintenir l'équilibre, lorsque d diminue, l'intensité de la force F doit augmenter (il faut suspendre des masses plus importantes).
-le produit F.d est constant : $F_o.OB = F_1d_1 = F_2d_2 = F_3d_3 = 0{,}9$ N.m

2.2 Définition du moment de la force

Les résultats précédents nous suggèrent la définition d'une nouvelle grandeur physique invariante à chaque équilibre appelée **moment d'une force par rapport à un axe de rotation**.

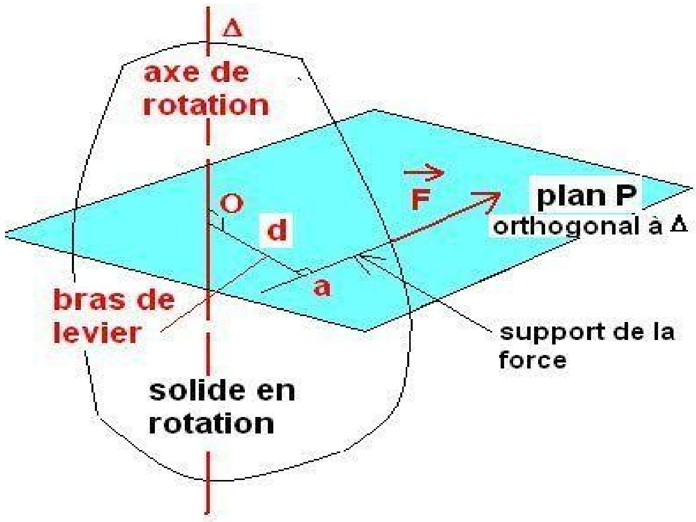
Cette grandeur caractérise l'effet de la force sur un solide capable de tourner autour d'un axe.

Agissant sur un solide, 2 forces ayant le même moment par rapport à l'axe auront le même effet.

L'intensité du moment par rapport à un axe d'une force F est le produit de l'intensité F de cette force par la longueur d « du bras de levier ».

$M_\Delta(\vec{F}) =$ F.d...[*unités* : M_Δ(N.m); F(N); d(m)]

M ($\vec{F}$) signifie : « ***moment de la force F par rapport à l'axe*** » (Cette définition n'est valable que pour des forces orthogonales à l'axe de rotation)



Remarquons que la force **F** appartient au plan (P) orthogonal à l'axe de rotation du solide Δ .

Le « bras de levier » **d** est la distance entre l'axe de rotation et le support de la force .On l'obtient en traçant la droite perpendiculaire au support de la force (éventuellement prolongé) et passant par l'axe de rotation. Soit d=Oa sur la figure ci-dessus.
Le moment de F a pour expression :

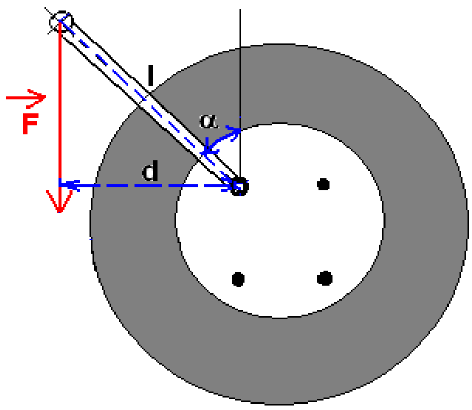
$$\boxed{M_\Delta(F) = F \times .Oa = F \times d}$$

Remarque : Alors que la force possède un caractère vectoriel, l'expression

F.d est un scalaire (non vectoriel)

2.3 Exercice d'application : comment utiliser une manivelle de façon la plus efficace pour démonter la roue ?

Pour débloquer l’un des écrous qui fixe la roue de sa voiture, Jean exerce sur la manivelle une force **F** verticale d’intensité 400N. La manivelle fait un angle α =45° avec la verticale.



a-Sachant que la longueur l de la manivelle est égale à 20cm, calculer le moment de la force **F** par rapport à l’axe de l’écrou.

b-Avec cette même force, pour quelle position initiale de la manivelle Jean aura-t-il le plus de chance de dévisser l’écrou ? Calculer alors le moment de la force **F**.

Réponses :

a-Nous connaissons l’intensité de la force F (F=400N), il faut calculer le bras de levier d .

d = ℓ.sinα = 0,2xsin45 = 0,2x0,707 = 0,14m

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \times d = 400 \times 0{,}14 = 56\, N.m$$

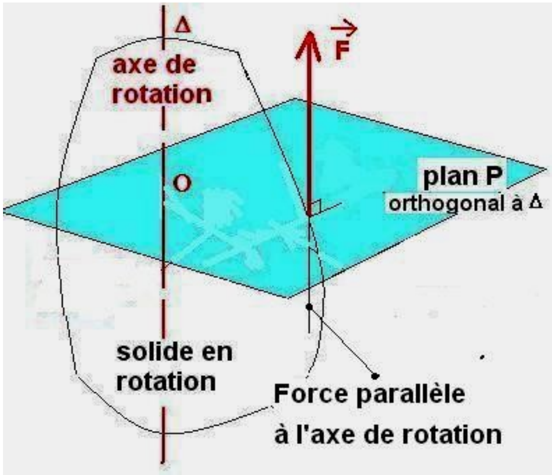
b-Il faut que le moment de la force F soit maximum c'est-à-dire lorsque d=l et sin =1 soit α =90°, ainsi la manivelle est horizontale soit :

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \times l = 400 \times 0{,}20 = 80\, N.m$$

2.4 Cas d’une force non orthogonale à l’axe

a- Force dont le support est parallèle à l’axe de rotation

Une force exercée sur une porte ne permet pas forcément de la faire tourner autour de ses gonds ! Si celle-ci est exercée parallèlement à l’axe Δ , elle permet éventuellement de la démonter mais ne peut la faire tourner !



Cette force $\mathbf{F}_{//}$ qui ne provoque pas la rotation a un moment nul par rapport à l'axe de rotation.

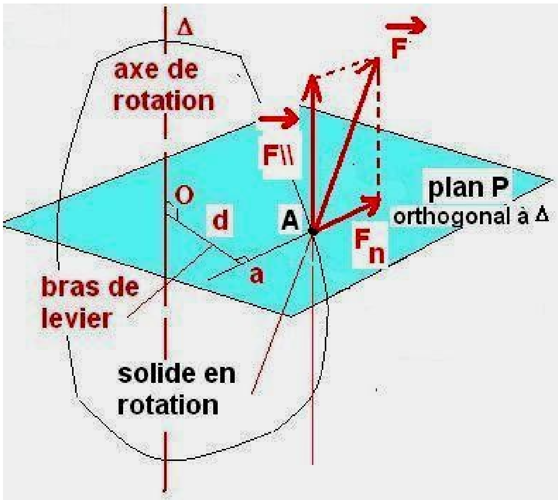
$$\boxed{M_{\Delta}\,(F_{//}) = 0 N.m}$$

b- <u>Force d'orientation quelconque par rapport à l'axe :</u>

Dans ce cas il est toujours possible de décomposer la force en deux composantes :

$\mathbf{F}_{//}$ parallèle à l'axe et donc de moment nul.

$\mathbf{F}_{\mathbf{n}}$ orthogonale (ou « normale ») à l'axe.



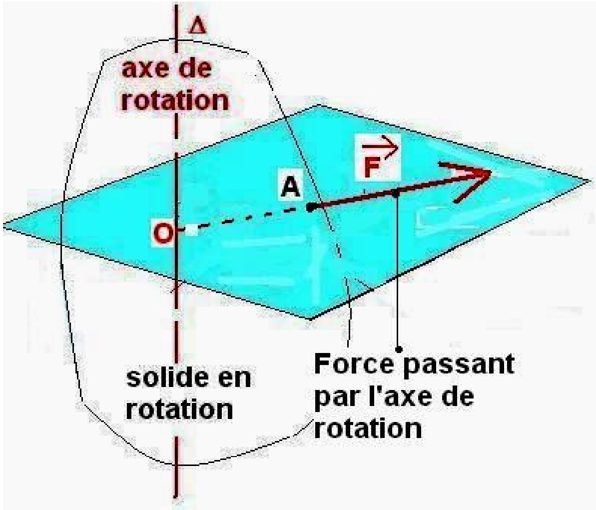
$$\vec{F} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_n$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}_{//}) + M_{\Delta}(\vec{F}_n) \text{ et comme } M_{\Delta}(\vec{F}_{//}) = 0$$

Et finalement :

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}_n) = F_n \times (Oa)$$

c- <u>Force dont le support rencontre l'axe de rotation.</u>



*Une force dont le support rencontre l'axe d'une porte ne peut pas provoquer la rotation de celle-ci .Dans ce cas le « bras de levier » de la force est nul (**d=0**)et donc **son moment est nul**.*

$$\text{Comme } d=0 \text{ ; alors } M_\Delta(\vec{F}) = Fxd = 0N.m$$

3. Moment est une grandeur algébrique

Soit un disque mobile autour d'un axe horizontal. Une force $\mathbf{F_o}$ tend à le faire tourner dans un sens et une force $\mathbf{F_1}$ tend à le faire tourner dans le sens opposé. Pour marquer cette différence, il faut associer un signe au moment d'une force.

Il faut donc choisir un sens positif de rotation. Si la force tend à faire tourner le disque dans le sens positif, alors son moment sera positif. Au contraire, si elle tend à le faire tourner dans le sens négatif son moment sera considéré négatif.

Les expressions des moments seront alors respectivement :

$$M(\vec{F_o}) = F_o.d_o > 0 \quad \text{et} \quad M(\vec{F_1}) = F_1.d_1 < 0$$

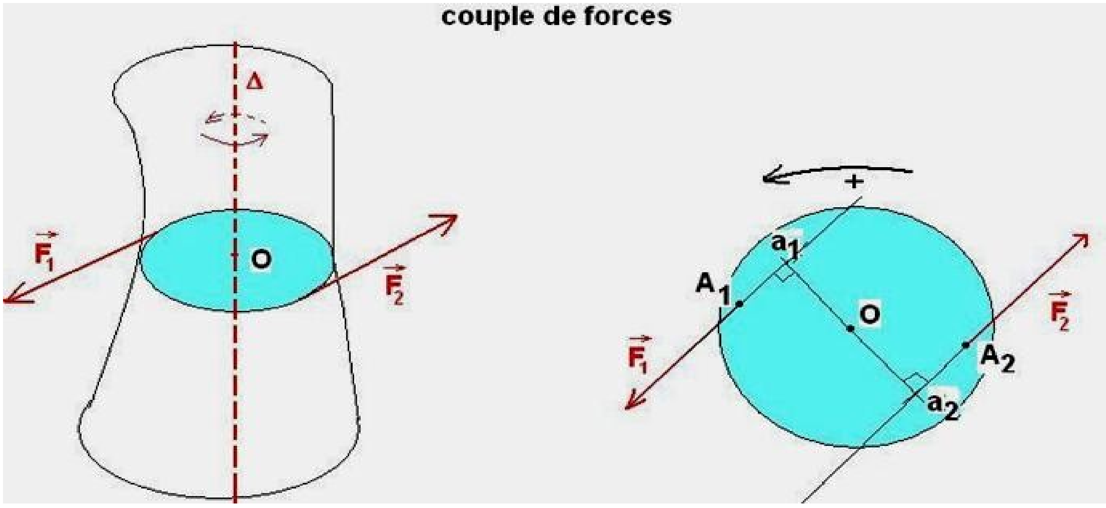
4. Moment d'un couple de forces

4.1 Définition d'un couple de forces

Un système de deux forces parallèles, de sens contraires, de même intensité et n'ayant pas le même support constitue un couple :

$$(\vec{F}_1,\vec{F}_2)\, est\, un\, couple \Leftrightarrow \vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{0} \quad \text{et } \textit{support des forces sont différents}$$

Les supports des forces définissent un plan P appelé **plan du couple**.



4.2 Moment d'un couple

Considérons un couple de forces appliqué à un disque en rotation autour d'un axe fixe passant par O. Les forces sont orthogonales à l'axe. Elles ont même intensité F.

Les deux forces tendent à faire tourner le disque dans le même sens, les moments de ces forces ont donc le même signe positif.
La somme des deux moments est appelée moment du couple et a pour

expression :

$$M_\Delta = M_\Delta(\vec{F}_1) + M_\Delta(\vec{F}_2) = F.Oa_1 + F.Oa_2 = F(Oa_1 + Oa_2)$$

d étant la distance entre les supports des forces.

Le moment M d'un couple par rapport à un axe perpendiculaire au plan du couple est mesurée par le produit de l'intensité commune des deux forces par la distance entre leur support :

M_Δ = F.d... unités : M_Δ(N.m) … F(N)...d(m)...