

## Fonctions dépendant d'un paramètre

### Exercice 1

Soit  $f_n$  la suite des fonctions définies par  $f_n(x) = x^2 - nx + n$  pour tout entier nature  $n$ .

On note  $(C_n)$  la courbe représentative  $f_n$  dans  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1°) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(C_n)$  passe par le point  $I(1, 1)$

b) Donner l'équation de  $(T_n)$ , tangente à  $(C_n)$  en  $I$ .

2°) Etudier les variations de  $f_n$

3°) Tracer  $(C_{-4})$ ,  $(T_{-4})$ ,  $(C_{-2})$ ,  $(T_{-2})$ ,  $(C_0)$ ,  $(T_0)$ ,  $(C_2)$ ,  $(T_2)$ ,  $(C_4)$  et  $(T_4)$

### Exercice 2

Soit  $f_n$  la fonction numérique définie par  $f_n(x) = \frac{nx-1}{x-n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

On note  $(C_n)$  la courbe représentative de  $f_n$  dans  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1°) a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(C_n)$  passe par 2 points fixes  $I(x_I, y_I)$  et  $J(x_J, y_J)$  à déterminer

b) Donner l'équation de chacune des tangentes à  $(C_n)$  en chacun de ces points.

2°) Discuter suivant les valeurs de  $n$  le tableau des variations  $f_n$

3°) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , le point  $I_n(n;n)$  est un centre de symétrie pour  $(C_n)$ .

### Exercice 3

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on définit la  $f_n$  par  $f_n(x) = \frac{x^2 + n(x-1) - 1}{x}$ . On note  $(C_n)$  la courbe représentative  $f_n$  dans  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1°) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(C_n)$  passe par un point fixe  $I$  à déterminer.

2°) Etudier les variations de  $f_n$ .

3°) Donner l'équation  $(T_n)$ , tangente à  $(C_n)$  en  $I$ .

4°) Trouver l'équation de  $(D_n)$ , asymptote oblique à  $(C_n)$ .

5°) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  le point  $J_n(0;n)$  est un centre de symétrie pour  $(C_n)$ .

### Exercice 4

Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on définit la fonction  $f_n$  par  $f_n(x) = \frac{nx+2}{2n} - \frac{1}{nx}$ .

On note  $(C_n)$  la courbe représentative de  $f_n$  dans  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1°) Etudier les variations de  $f_n$ .

- 2°) a) Montrer que pour tout  $n$ ,  $(C_n)$  passe par un point fixe  $I$  à déterminer.  
b) Donner l'équation de  $(T_n)$ , tangente à  $(C_n)$  en  $I$ . Préciser  $(T_2)$
- 3°) a) Trouver  $J$ , point où la tangente à  $(C_2)$  passe par le point  $O'(0, \frac{3}{2})$ .  
b) Donner l'équation de  $(T_J)$ , tangente à  $(C_2)$  en  $J$ .
- 4°) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $(C_n)$  admet une asymptote oblique et une asymptote verticale dont on précisera les équations respectives.
- 5°) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , le point  $K_n(0, \frac{1}{n})$  est un centre de symétrie pour  $(C_n)$
- 6°) Tracer  $(C_2)$ ,  $(T_2)$  et  $(T_J)$  et toutes les asymptotes de  $(C_2)$
- 7°) Tracer  $(C_1)$ ,  $(T_1)$  et sa symétrique par rapport à  $K_1$ , et toutes les asymptotes de  $(C_1)$