# EXERCICE :01

Calculer les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-x+1}{2x^2-5}$ ; 2°) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-x+1}{x^2+3}$ ; 3°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3-2x+1}{-3x^2+7x+1}$ ; 4°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+7}{x^4+3x-2}$ ;

5°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2}{|-2x+6|}$ ; 6°) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2}{|-3x+6|}$ ; 7°) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$ ; 8°) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}+x\right)$ ;

9°) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-2x}+x\right)$ ; 10°) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-x^2-5x-3}{x^3+4x^2+5x+2}$ ; 11°) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3+2x^2-5x-6}{2x^2-3x-2}$ ;

12°) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}$ ; 13°) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-7x+5}{x-1}$ ; 14°) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x^2+5x-12}{(x-2)(x+3)}$ ; 15°) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x-2}{|x^2-4|}$

16°) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{|x^2-1|}$ ; 17°) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{x^2+7}-4}{x+3}$ ; 17°) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ ; 19°) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ ;

20°) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}-1}$ ; 21°) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{4-x}$ ; 22°) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ ; 23°) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-x}{\sqrt{x}}$

# EXERCICE :02

Calculer la limite de $f$ en $+\infty$ et en $-\infty$ dans chacun des cas suivants

a) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x^2+1}}{3x-1}$ ; b) $f(x)=x+2+\sqrt{x^2-3x+1}$ ; c) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x^2+1}+5x}{3x-1}$

d) $f(x)=\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2+1}$ ; e) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{4x^2+3}}$ ; f) $f(x)=\dfrac{\left(x-\sqrt{x^2-3x+1}\right)}{2x+\sqrt{4x^2+x}}$

# EXERCICE :03

Calculer les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}\right)$ ; 2°) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x\sin x}{1-\cos x}\right)$ ; 3°) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin^3 x}{x^2}\right)$ ; 4°) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\sin x+\tan x}{x}\right)$ ;

5°) $\lim\limits_{x\to0}x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ; 6°) $\lim\limits_{x\to0}x^2\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)$ ; 7°) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+\cos x}{3+\cos x}\right)$ ; 8°) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x\sin x}{1-\cos x}\right)$ ;

9°) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{x\cos x}$ ; 10°) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 5x}$ ; 11°) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}-2tgx}{\cos(2x)}\right)$ ;

12°) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}}\left(\dfrac{\sin x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{6}}\right)$ ; 13°) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\left(\dfrac{tgx-1}{x-\frac{\pi}{4}}\right)$ ; 14°) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\sin x}{(\pi-2x)^2}$.

## EXERCICE :04

Pour chacune des fonctions suivantes donner l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ puis calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

1°) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ ; 2°) $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{x^2+1}$ ; 3°) $f(x)=\dfrac{4-5x}{x^2+2x-3}$

4°) $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$ ; 5°) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2}}$ ; 6°) $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{-x+2}$

7°) $f(x)=\dfrac{6x-2}{-2x+8}$ ; 8°) $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{-x^2-x+2}$ ; 9°) $f(x)=-3x^3+5x^2-7x+1$

## EXERCICE : 05

Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ ; où $a$ ; $b$ et $c$ sont des réels.

1°) Calculer $f'(x)$.

2°) Déterminer les réels a, b, c sachant que $f$ admet 1 pour extremum en $x = 0$ et $-3$ pour extremum en $x = 2$.

3°) Etudier la fonction $f$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ dans $[-1 ; 0]$ ; une solution unique $\beta$ dans $[0 ; 1]$ ; une solution unique $\lambda$ dans $[2 ; 3]$.

4°) Tracer la courbe $(C_f)$ de $f$.

## EXERCICE : 06

A-/ 1°) aux trois réels a ; b ; c on associe la fonction $f$ définie par :

$$f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x}.$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Déterminer les constantes a ; b ; c pour que $(\mathcal{C})$ passe par les points A(1 ; 8) ; B(– 4;–2) ; et admette au point E d'abscisse –2 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+3x+4}{x}$.

a) Etudier $f$ et construire sa courbe $(\mathcal{C})$. Montrer que $(\mathcal{C})$ admet un centre de symétrie dont on précisera.

b) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation : $x^2+(3-m)x+4=0$

**B-/** Soit la fonction $f$ définie par $f(x)=x^3-4x^2+x-5$

1°) Montrer que $f$ est continue sur $\mathbb{R}$

2°) Démontrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique $\alpha\in[4\ ,\ 5]$

3°) Déterminer un encadrement de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.

## EXERCICE : 07

Soit la fonction numérique $f$ définie par $f(x) = -(x-1)^2(x+2)$.

1°) Etudier les variations de $f$ ;

2°) Montrer que $f$ admet un point d'inflexion que l'on précisera.

On déterminera les intersections de la courbe $(\mathcal{C})$ de $f$ avec les axes de coordonnées.

3°) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## EXERCICE : 08

Soit la fonction numérique $f$ définie par : $f(x) = |x-1| + \dfrac{2}{x+1}$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$.

2°) Déterminer les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.

3°) a) La fonction $f$ est-elle continue au point 1 ?

b) La fonction $f$ est-elle dérivable au point 1 ?.

Interpréter graphiquement votre réponse.

4°) Dresser le tableau de variation de $f$ puis tracer sa courbe.

## EXERCICE : 09

Soit $f$ une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | + | 0 | − | ‖ | − | 0 | + | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-2$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $2$ | ↗ | $+\infty$ |

La fonction $f$ est de la forme : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$

1°) calculer $f'(x)$.

Trouver les cœfficients a ; b et c en utilisant les données du tableau.

2°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une droite asymptote oblique $(\mathcal{D})$.

Étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

3°) Donner le signe de $f(x)$ pour $x$ élément du domaine de définition de $f$.

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## EXERCICE : 10

Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = x + \sin x$.

a) Montrer que $f$ admet un centre de symétrie

b) Etudier et représenter sa courbe. (on étudiera les points d'inflexion, les positions de la courbe par rapport à la direction asymptotique).

## EXERCICE : 11

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) Etudier la fonction $f$. Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) de $f$ admet un point d'inflexion dont on précisera.

2) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) de $f$ au point $x_0 = 0$.

3) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution $\alpha \in [1 ; 2]$.

4) Montrer que $f$ est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

5) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$) de $f$ dans un repère orthonormé.

6) Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble d'arrivée de la bijection réciproque $f^{-1}$ de $f$. Définir $f^{-1}$ en exprimant $f^{-1}(x)$.

7) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$') de $f^{-1}$ dans le même repère.

## EXERCICE : 12

Soit $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+5}$ et ($\mathcal{C}$) la courbe représentative de f.

1) Donner une équation de la tangente à ($\mathcal{C}$) au point $x_0 = -2$.

2) Existe-t-il un point de ($\mathcal{C}$) où la tangente à ($\mathcal{C}$) a pour pente – 5 ?

3) Déterminer les points de ($\mathcal{C}$) en lesquels la tangente à ($\mathcal{C}$) est parallèle à la droite d'équation $y = 3x - 4$. Vérifier que ces points sont symétriques par rapport au point S($\dfrac{-5}{2}$;$\dfrac{1}{2}$). Donner les équations des tangentes à ($\mathcal{C}$) en ces points.

Etudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à la droite ($\mathcal{D}$) : $y = \dfrac{1}{2}$.

## EXERCICE : 13

A]- Soit la fonction $f_m$ définie par : $f_m(x) = \dfrac{x^2+3x+4m}{x^2+(5m+1)x+3}$ ; où x est la variable et *m* un paramètre ; à chaque valeur de *m* correspond une courbe ($C_m$).

1) Montrer que toutes les courbes ($C_m$) passent par trois points fixes dont on déterminera les coordonnées indépendamment de *m*.

2) Déterminer *m* pour que le point d'intersection P de ($C_m$) et de l'asymptote parallèle à l'axe des abscisses ait pour abscisse $\dfrac{3}{2}$ .

3) Construire la courbe ($C_0$).

B]- Soit la famille de fonctions $f_m$ définie par : $f_m(x) = \dfrac{mx^2 - 2x + 1}{x^2 - 2mx + 1}$

où $m$ est un paramètre réel.

1°) Montrer que toutes les courbes ($C_m$) de $f_m$ passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.

2°) Déterminer $m$ pour que, quel que soit le réel x ≠ { 0; –2 ; 2 },
L'entier naturel $[f_m(x)]^2$ soit au plus égal à 1.

3°) Représenter graphiquement la fonction pour $m = 0$.

## EXERCICE : 14

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x$.

1) Montrer que l'on peut restreindre l'étude de $f$ à [0 ; $\frac{\pi}{2}$].

2) a-/ Montrer que $f'(x) = \cos x \cos 2x$.

b-/ Donner pour x ϵ [0 ; $\frac{\pi}{2}$] les signes de cosx et de cos2x. Déduisez en le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x et dresser le tableau de variation de f.

3) Tracer la courbe représentative de $f$ lorsque x ϵ [– π ; π ].

## EXERCICE : 15

Soit la fonction $f$ définie sur [0 ; π] par : $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2\cos x - \frac{5}{2}$

1) a) Déterminer la fonction dérivée $f'$ de $f$.

b) Etudier les variations de $f'$ sur [0 ; π] .

c) Déduisez de cette étude que l'équation $f'(x) = 0$ admet sur ]0 ; π[ une solution unique notée α.

d) Déterminer le signe de $f'$ sur [0 ; π] .

2) a) Donner le tableau de variation de $f$ sur [0 ; π] .

b) Déduisez-en le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

## EXERCICE : 16

A) Soit $h(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$. Déterminer les réels a ; b ; c sachant que la courbe ($\mathcal{C}_h$) de la fonction $h$ passe par les points A( 0 ; 2) ; B( 2 ; –2) et la dérivée de $h$ s'annule pour x = 2.

B) Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x - 2}{x - 1}$

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

2°) Etudier la fonction $f$ ;

3°) Montrer que la droite ($\mathcal{D}$) d'équation: y = – x +1 est asymptote oblique à ($\mathcal{C}_f$ ).

4°) Etudier les positions relatives de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

5°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point d'abscisse 2.

6°) Montrer que le point I (1 ; 0) est centre de symétrie de ($\mathcal{C}_f$).

7°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## EXERCICE : 17

Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = \frac{x^2 - x - 5}{x - 3}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ puis les limites de $f$ aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

2°) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) de $f$ admet une droite (Δ) asymptote oblique aux voisinages de –∞ et de + ∞.

3°) Etudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à (Δ).

4°) Etudier le sens de variation de f et construire ($\mathcal{C}$) dans un repère orthonormé.

5°) Démontrer que ($\mathcal{C}$) admet un centre de symétrie que l'on déterminera.

6°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point E d'abscisse 1.
Existe-t-il un autre point de ($\mathcal{C}$) en lequel la tangente à ($\mathcal{C}$) est parallèle à (T) ?
si oui, déterminer les coordonnées de ce point et une équation de cette tangente (T').

7°) résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe des solutions de l'équation : $x^2 – (m+1)x + 3m – 5 = 0$.

## EXERCICE : 18

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 9x}{2(x^2 - 1)}$

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$ ;

2°) Montrer que $f$ est impaire. En déduire la symétrie correspondante.

3°) Etudier les limites de $f$ aux bornes de l'intervalle d'étude ;

4°) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe ;

5°) Dresser le tableau de variation de $f$ ;

6°) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) de f admet une asymptote oblique ($\mathcal{D}$) aux voisinages de –∞ et de + ∞.

7°) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

8°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ($\mathcal{C}$) avec l'axe des abscisses.

9°) Montrer que la restriction g de $f$ à l'intervalle ]1;+∞[ est une bijection sur un intervalle J à préciser.

10°) Calculer : g(3) ; $(g^{-1})'(0)$.

11°) Tracer ($\mathcal{C}$) et ($\mathcal{D}$).

## EXERCICE : 19

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{x^4 - 12x^3 + 50x^2 - 84x + 46}{x^2 - 6x + 9}$

1) Trouver les réels a ; b ; c ; d tels que pour tout réel x de l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$ on ait : $f(x) = ax^2 + bx + c + \dfrac{d}{(x-3)^2}$

2) Etudier les variations de $f$ .

3) Montrer que la parabole (P) d'équation : $y = x^2 - 6x + 5$ est asymptote à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de $f$ .

4) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (P) ;

5) Tracer (P) et ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1cm.

6) Trouver une primitive F de $f$ sur $\mathcal{D}_f$.

7) Calculer en $cm^2$ l'aire A de la partie du plan limitée par ($\mathcal{C}_f$), la parabole (P) et les droites d'équations : x = 4 et x = 5.

## EXERCICE : 20

I-/ Soit la fonction $f$ définie sur [–1 ; 1] par $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+x}{2}}$ .

1) Calculer $f'(x)$ et en déduire que pour tout x de [0 ;1] on a : $|f'(x)| \leq \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$

2) Montrer que pour tout x de x de [0 ;1] on a :

$$|f(x) - 1| \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} |x - 1|$$

II-/ Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 4}{2x - 4}$

1) Démontrer que pour tout x de [4 ; 6] on a :

$$0 \leq f'(x) \leq \frac{3}{8}$$

2) Montrer que pour tout x de [4 ; 6] on a :

$$\left| f(x) - \frac{11}{2} \right| \leq \frac{3}{8} |x - 6|$$

## EXERCICE : 21

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \sqrt{|x^2 - 2x - 3|}$ .

1) Déterminer l'ensemble de définition de $f$ .

2) Ecrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue.

3) Etudier la continuité de $f$ en $x_0 = -1$ puis en $x_0 = 3$.

4) La fonction $f$ est-elle dérivable en $x_0 = -1$ ? puis en $x_0 = 3$ ?.
Interpréter graphiquement ces résultats.

5) Etudier la fonction $f$ puis dresser son tableau de variation.

6) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de $f$ admet une droite $(\mathcal{D}_1)$ asymptote au voisinage de $-\infty$ et une droite $(\mathcal{D}_2)$ asymptote au voisinage de $+\infty$.

7) Tracer $(\mathcal{D}_1)$ ; $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## EXERCICE : 22

Soit la fonction numérique $f$ de la variable réelle x définie par :

$$f(x)=\frac{3|x-1|+1}{2|x-1|-1}$$

1°) Écrire $f(x)$ sans valeur absolue.

2°) Étudier la fonction $f$ et construire sa courbe $(\mathcal{C}_f)$ .

3°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un axe de symétrie que l'on déterminera.

4°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = m$ ; $m$ étant un paramètre réel.
Indiquer le signe des solutions lorsqu'elles existent.

## EXERCICE : 23

**A]** Soit $f$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + \sqrt{|x^2 - 1|}$.

1°) Étudier la dérivabilité de $f$ en $-1$ *et en* $1$, donner une interprétation géométrique des résultats obtenus.

2°) Étudier le sens de variation de $f$.

3°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de $f$ admet deux droites asymptotes que l'on précisera.

4°) Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de $f$ dans le plan muni d'un repère orthogonal.

B] Soit $g$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = x - \sqrt{|x^2 - 1|}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_g)$ la courbe de $g$ dans le plan muni d'un repère orthogonal

1°) x étant un nombre réel , on considère les points $M(x; f(x))$ *et* $N(-x\,; g(-x))$ .
Déterminer le milieu du segment $[MN]$. Donner une interprétation géométrique et une illustration de ce résultat.

2°) En tenant compte de la question 1°) donner une méthode de construction de $(\mathcal{C}_g)$.
Construire $(\mathcal{C}_g)$.

## EXERCICE : 24

Soit $f$ la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \dfrac{x(x+1)}{(x+2)^2}$ et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, i ; j).

1°) Etudier les variations de f ; et en déduire les asymptotes éventuelles à la courbe $(\mathcal{C})$.

2°) a) Le point **I** (–2 ; 1) est-il un centre de symétrie pour la courbe $(\mathcal{C})$ ?

b) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection A de la courbe $(\mathcal{C})$ avec la droite d'équation y = 1 ?

3°) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0. Déterminer la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à la droite (T).

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ et la droite (T).

5°) Soit l'équation (E ) où x désigne une inconnue réelle :

(E ) : $(m - 1)\, x^2 + (4m - 1)\, x + 4m = 0$ ; m étant un paramètre réel.

A l'aide de la courbe $(\mathcal{C})$ déterminer pour quelles valeurs de m, (E ) admet :

a) Zéro solution ;
b) Deux solutions négatives ;
c) Une seule solution.

6°) Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = \dfrac{|x^2 + x|}{(x+2)^2}$ et soit $(\mathcal{C}')$ sa courbe représentative dans le repère (O ; i ; j ). Comment $(\mathcal{C}')$ se déduit-elle de $(\mathcal{C})$ ?
Tracer la courbe $(\mathcal{C}')$ dans le même repère que $(\mathcal{C})$.

7°) Soit h la fonction définie par : $\begin{cases} h(x) = f(x) & si \;\; x \geq -1 \\ h(x) = 2x + a & si \;\; x \angle -1 \end{cases}$

Pour quelle valeur du réel a la fonction h est-elle continue au point – 1 ?
Pour cette valeur, étudier la dérivabilité de la fonction h au point – 1.

## **EXERCICE : 25**

Soit $f$ la fonction de ℝ vers ℝ définie par $f(x) = \dfrac{|x^2 - 3x|}{x+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

2) Ecrire $f(x)$ sans valeur absolue.

3) Trouver les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.

4) Etudier la dérivabilité de $f$ en x = 0 puis en x = 3 et interpréter.

5) Etudier le sens de variation de $f$ puis dresser son tableau de variation.

6) Soit $(C_f)$ la courbe de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 1cm. Montrer que la droite (D) d'équation: y = x – 4 est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$.

7) Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ .

8) Discuter graphiquement, suivant les valeurs de m, le nombre de solutions réelles de l'équation : $| x^2 – 3x | = m(x+1)$. Résoudre l'équation pour m = 1.

## **EXERCICE : 26**

Soit $f$ la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

| x | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f '(x) | | | 0 | | 0 | | |
| f (x) | $-\infty$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $+\infty$ |

La fonction $f$ a pour formule explicite : $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

2°) Calculer $f'(x)$.

3°) Déterminer les réels a ; b ; et c en utilisant les données du tableau de $f$.

4°) Montrer que la restriction g de $f$ à [0 ; +∞[ est une bijection de [0 ; +∞[ sur un intervalle J que l'on précisera.

5°) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α .
Montrer que α est compris entre 1 et 2. Donner un encadrement de à $10^{-2}$ près (on précisera la méthode).

6°) Donner une équation de la tangente $(T_0)$ à la courbe $(C_f)$ de $f$ au point d'abscisse $x_0 = 1$.

## EXERCICE : 27

Soit la fonction $f$ définie par $f(x)=\dfrac{3x^2+4x-3}{x^2-1}$. On désigne par ($\mathcal{C}_f$) sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 2cm.

1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$ ;

2°) Trouver les réels a ; b et c tels que pour tout x de $\mathcal{D}_f$ :

$$f(x)=a+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{x+1}.$$

3°) Etudier les limites de $f$ puis son sens de variation.

4°) Montrer que le point I de ($\mathcal{C}_f$) d'abscisse x = 0 est centre de symétrie de ($\mathcal{C}_f$).

5°) Ecrire une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point I.

6°) Etudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (T).

7°) Calculer $f(0{,}5)$ ; $f(2)$ ; $f(3)$ ; $f(4)$ puis tracer ($\mathcal{C}_f$).

## EXERCICE : 28

**A]** Soit la fonction $f$ définies sur [1 ;+∞[ par : $f(x)=\left(1-\sqrt{x}\right)^2$.

a) Etudier le sens de variation de $f$ puis dresser son tableau de variation.

En déduire que $f$ détermine une bijection de [1 ; +∞[ sur [0 ;+∞[.

b) Résoudre l'équation $f(x)=b$ , $b\in IR$. En déduire que l'application

réciproque $g$ de la bijection déterminée par $f$ est définie par $g(x)=\left(1+\sqrt{x}\right)^2$.

c) Construire la courbe ($C_f$) de $f$ . En déduire ($C_g$) celle de $g$ .

**B]** Soit la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{x-1}{|x|+1}$

a) Etudier la continuité de g en x = 0
b) La fonction g est-elle dérivable en x = 0 ?
c) Etudier et construire la courbe ($C_g$) de g dans un repère orthonormé.

## **<u>EXERCICE</u> : 29**

Soit la fonction $f$ définie sur [-1,1] par $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ .

1) Montrer que si $x \in ]-1\ ;\ 0]$ alors $f'(x) > 0$.
2) Montrer que pour x $x \in [0\ ,1[$ $f'(x) = \dfrac{1-2x^2}{(\sqrt{1-x^2})(\sqrt{1-x^2}+x)}$ .
3) En déduire le signe de $f'(x)$ sur [0 ; 1], puis donner le tableau de variation de $f$ sur [-1,1].
4) Donner l'équation de la tangente (Δ) à ($\mathcal{C}_f$) au point x = 0.
5) Étudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (Δ).
6) Tracer ($\mathcal{C}_f$) et (Δ) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## **<u>EXERCICE</u> : 30**

Soit la fonction $f$ définie par son tableau de variation ci-dessous

| x | $-\infty$ | | $-5$ | | $-2$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f '(x) | | | 0 | | | | ‖ | | 0 | | |
| f (x) | 1 | ↗ | 4 | ↘ | 0 | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | 1 | ↗ | **7** |

1°) Compléter le tableau de variation de $f$ ci-dessus.
2°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de $f$ .

3°) Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
4°) Soient les fonctions h ; g ; k et u définies par :

$$h(x) = \sqrt{f(x)} \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{f(x)}\ ;\ k(x) = \frac{h(x)}{g(x)}\ ;\ u(x) = |f(x)|\ .$$

En utilisant le tableau de variation de $f$ ci-dessus donner les ensembles de définitions respectives des fonctions : h ; g ; k et u.
5°) Donner les équations des asymptotes à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de $f$ .
6°) Tracer la courbe représentative de $f$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 1cm.

## **EXERCICE : 31**

Soit la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x+1}$.

1-/ Trouver a, b, et c tel que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.

2-/ Montrer que la droite (D) d'équation y = x –1 est asymptote à ($\mathcal{C}_f$) de *f*

3-/ Etudier les variations de *f*.

4-/ Etudier les positions de ($C_f$) par rapport à (D).

5-/ Montrer que la restriction de *f* à l'intervalle ]–∞ ; –3] est une bijection g de ]–∞ ; –3] sur un intervalle J que l'on précisera.

6-/ Calculer g(– 5) ; g(– 4) ; $(g^{-1})'(-7)$.

7-/ Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de *f* ainsi que ($\mathcal{C}$') de $g^{-1}$ dans le même repère.

8-/ Démontrer que pour tout x de [1 ;3] on a : $|f'(x)| \leq \dfrac{3}{4}$.

9-/ Résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs de *m* le nombre de solutions de l'équation $x^2 - m x + 3 - m = 0$.

## **EXERCICE : 32**

Soit la fonction *f* la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$f(x) = \dfrac{-x^2+x+2}{x}$. Soit ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$ d'unité graphique 1cm.

1-/ Déterminer l'ensemble de définition de $\mathcal{D}_f$ de *f*.

2-/ Trouver les réels a ; b et c tels que : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x}$.

3-/ Montrer que la courbe ($\mathcal{C}_f$) de *f* admet une asymptote oblique ($\mathcal{D}$) que l'on précisera.

4-/ Déterminer les limites de *f* ; calculer sa dérivée *f* '(x) puis dresser son tableau de variation.

5-/ Déterminer les coordonnées des points d'intersection de ($\mathcal{C}_f$) avec l'axe des abscisses.

6-/ Etudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à son asymptote oblique ($\mathcal{D}$).

7-/ Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point d'abscisse x = – 1.

8-/ Calculer *f* (1) ; *f* (2) ; puis $(f^{-1})'(2)$.

9-/ Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$).

## EXERCICE : 33

On considère la fonction $f$ définie par $f(x)=\dfrac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$ . Soit ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-/ Déterminer a et b pour que la droite d'équation y = 4x + 3 soit tangente à ($\mathcal{C}_f$) au point I (0 ; 3).

2-/ Etudier les variations de $f$ ; puis tracer ($\mathcal{C}_f$).

3-/ Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{3x^2+4|x|+3}{x^2+1}$.

a) Etudier la parité de g ;

b) En déduire, sans nouveaux calculs, la représentation graphique de g.

On tracera la courbe ($C_g$) de g dans le même repère que ($\mathcal{C}_f$).

## EXERCICE : 34

A/ Soit la fonction $g$ définie par $g(x)=x^3-3x-4$

1-/ Etudier les variations de $g$ et dresser son tableau de variation ;

2-/ Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α et que

$2{,}19 < \alpha < 2{,}20$.

3-/ En déduire le signe de $g(x)$ sur ℝ.

B/ Soit la fonction f définie sur ℝ– { –1 ; 1} par $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$.

1-/ Calculer les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition.

2-/ Montrer que pour tout x de ℝ– { –1 ; 1} on a : $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(x^2-1)^2}$

3-/ Etudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation $f$ .

4-/ Montrer que la droite (D) d'équation y = x + 2 est asymptote oblique à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de $f$ au voisinage de + ∞.

5-/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ($\mathcal{C}_f$) et (D).

6-/ Etudier la position relative de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (D).

7-/ Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) et (D) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

## EXERCICE : 35

I-/ Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = x\sqrt{x^2+4}$

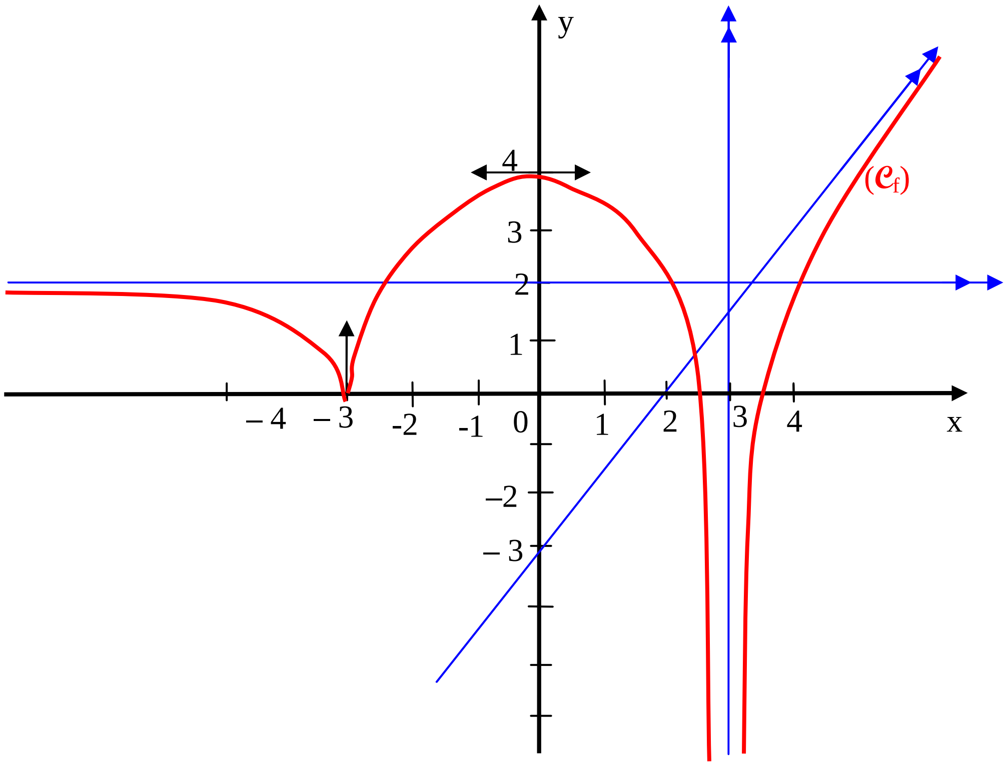
1°) Déterminer l'ensemble de définition de $f$

2°) Trouver les réels a ; b et c tels que $F : x \mapsto F(x) = \left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{x^2+4}$ soit une primitive de $f$.

II-/ Déterminer les réels a ; b et c pour que la courbe ($\mathcal{C}_f$) de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{ax^2+2x+c}{2x^2+bx-1}$ passe par l'origine O des coordonnées et admette les droites d'équation $x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ *et* $y = 0$ pour asymptotes.

## EXERCICE : 36

Soit la fonction $f$ définie par sa représentation graphique ci-dessous




1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de *f*.

2°) Déterminer les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

3°) Dresser le tableau de variation de *f*.

4°) La fonction *f* est-elle continue ; dérivable en x = –3 ? Justifier votre réponse

5°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) en x = 0.

6°) Montrer que la restriction *g* de *f* à [0;3[ est une bijection de [0;3[ sur une partie J de $\mathbb{R}$ que l'on précisera.

7°) Déterminer les équations des asymptotes à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de *f*.

8°) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

## EXERCICE : 37

### Partie A

Soit $f$ la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$ et soit ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans repère orthonormé (unité graphique 1cm) .

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tel que $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{3x^2+1}$ .

2°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}f$ de $f$ puis les limites de $f$ .

3°) Montrer que $f$ est dérivable sur $\mathcal{D}f$ et calculer sa dérivée.

4°) Dresser le tableau de variation de $f$ .

5°) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}$) de $f$ admet une droite ($\mathcal{D}$) asymptote que l'on déterminera.

6°) Etudier la position relative de ($\mathcal{C}$) par rapport à son asymptote ($\mathcal{D}$).

7°) Montrer que C admet un centre de symétrie dont on calculera les coordonnées.

8°) Donner l'équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}$) au point d'abscisse x = 0.

9°) Montrer que l'équation $f(x)=1$ admet une solution unique $\ell$ dans $\mathcal{D}f$.
Donner une valeur approchée de $\ell$ à $10^{-2}$ près par excès.

10°) Tracer ($\mathcal{D}$) ; (T) et la courbe ($\mathcal{C}$) de $f$ .

### Partie B

On pourra dans cette partie utiliser certains résultats de la partie A.

On considère la fonction g définie sur ℝ par $g(x)=\dfrac{3(\sin x-1)^2}{3\sin^2 x+1}$ .

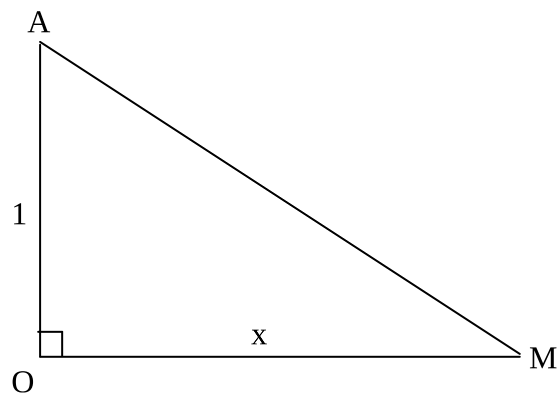
1°) Montrer que g est dérivable sur ℝ et calculer g'(x).

2°) Dresser le tableau de variation de g sur [– π ; π].

3°) Tracer sur un nouveau dessin, la courbe représentative de g.

**EXERCICE : 38** Cet exercice est composé de trois parties indépendantes.

**Partie A :** cette partie est composée de trois exercices indépendants.
1°) Dans la figure ci-dessous, on pose pour $x \succ 0$ $f(x) = AM$ .



a) Expliciter $f(x)$
b) Etudier les variations de $f$ et tracer sa courbe.

**Partie B :**

$f_a$ est la fonction définie par $f_a(x) = \sqrt{ax^2 + (a-2)x + 1}$ où a est un nombre réel.
On note $(\mathcal{C}_a)$ la courbe représentative de $f_a$.

a) Montrer que toutes les courbes $(\mathcal{C}_a)$ de $f_a$ passent par un point fixe A dont déterminera les coordonnées.
b) Déterminer les valeurs de a pour lesquelles est $f_a$ définie sur ℝ.

**Partie C :**

$g$ est la fonction définie par $g(x) = \sqrt{x^3 - 3x - 4}$ $et$ $h$ est celle définie par :

$$h(x) = x^3 - 3x - 4.$$

a) Etudier les variations de $h$.
b) Montrer qu'il existe un unique réel $\alpha$ tel que $h(\alpha) = 0$.
Donner un encadrement d'amplitude $10^{-1}$ de $\alpha$.
c) Etudier le signe de $h(x)$.
d) Dresser le tableau de variation de $g$.

**<u>EXERCICE</u> : 39** Cet exercice est composé de deux parties indépendantes.

**<u>Partie A</u>** :

Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$.

Déterminer les réels a ; b ; c ; d sachant que la représentation graphique ($\mathcal{C}_f$) de $f$ dans un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,\right)$ donné :

- admet la droite d'équation : x = 2 pour asymptote ;
- n'admet pas d'asymptote parallèle à l'axe des abscisses ;
- passe par le point A de coordonnées (1 ;–2) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur (–5).

**<u>Partie B</u> :**

Soit la fonction $g : x \mapsto \dfrac{x+4}{x+1}$.

1°) Etudier les variations de la fonction $g$.

2°) Montrer que $g$ est une bijection de $]-1;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

3°) Calculer $\left(g^{-1}\right)'(5)$.

4°) Montrer que pour tout réel x de $[1\,;3]$ on a : $-\dfrac{3}{4} \leq g'(x) \leq -\dfrac{3}{16}$.

En déduire que pour tout réel $\alpha$ de $]1\,;3[$ on a : $\dfrac{13-3\alpha}{4} \leq g(\alpha) \leq \dfrac{43-3\alpha}{16}$.

## <u>EXERCICE</u> : 40

On donne les renseignements suivants sur la fonction $f$ :

- L'ensemble de définition de $f$ est $\mathcal{D}_f = ]-\infty\,,4[\cup]4;+\infty[$ ;
- $f'(x)$ est positive sur $= ]-\infty\,,-1[\cup]4;+\infty[$ et négative sur $= ]-1\,,4[$
- $f(0) = \dfrac{11}{4}$ ; $f(-1) = 3$ ; $f\left(\dfrac{5}{2}\right) = f(6) = 0$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim\limits_{x\to4} f(x) = -\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x) - x + 5\right] = 0$ ; $\lim\limits_{x\to-1^-} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1} = 0$ .

1°) Dresser le tableau de variation de $f$ ;

2°) Les équations de chacune des asymptotes ;

3°) Tracer soigneusement la courbe ($\mathcal{C}_f$) de $f$.

# PROBLÈMES ÉCONOMIQUES

## EXERCICE : 01

*Le coût moyen de production d'une quantité q est donné par :* $C_{m_0}(q) = \dfrac{C(q)}{q}$ *;*

*le coût marginal de production d'une quantité q est donné par :*

$$C_{m_a}(q) = C(q+1) - C(q).$$

Une entreprise produit des objets en quantité q dans un régime de concurrence parfaite. Le coût de production en milliers de francs de la quantité q est :

$$C(q) = q^2 + 100q + 100.$$

Le prix de vente p par unité lorsque la quantité produite est q est:

$$p(q) = 2q^2 - 4q + 300. \text{ On suppose } q \leq 100.$$

1) Calculer en fonction de q, le coût moyen $C_{m_0}$ de production.

   Déterminer la production $q_0$ qui rend le coût moyen minimum.

2) Calculer le coût marginal à partir de la définition ; puis à partir de la dérivée du coût total. Quelles remarques peut-on faire ?.

   Vérifier que pour $q = q_0$ le coût moyen est égal au coût marginal obtenu à partir de la dérivée. Peut-on généraliser ce résultat ?.

3) Calculer, en fonction de q le revenu global puis le bénéfice réalisé.

Déterminer la production $q_1$ qui rend le revenu maximum.

Déterminer la production $q_2$ qui rend le bénéfice maximum.

## EXERCICE : 02

### Partie A

Soit C la fonction définie sur [0 ; 300] par $C(x)=\frac{x^3}{30}-15x^2+2500x$.

1°) a) Calculer C'(x) ; où C' désigne la dérivée de C.

b) Établir le tableau des variations de C' sur [0 ; 300] et en déduire son signe.

2°) On rapporte le plan d'un repère orthogonal (unités : 1cm pour 50 unités sur l'axe des abscisses et 1cm pour 750 000 unités sur l'axe des ordonnées).

On note ($\mathcal{E}$) représentative de C.

On note A le point de ($\mathcal{E}$) d'abscisse 10.

a) Déterminer une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{E}$) au point A.

b) A l'aide des variations de C', préciser la position de ($\mathcal{E}$) par rapport à (T).

3°) Représenter graphiquement ($\mathcal{E}$) et (T).

### Partie B

Pour une entreprise E dont la production peut varier de 0 à 300 unités, le coût total de fabrication de x unités est donné par la fonction $C(x)=\frac{x^3}{30}-15x^2+2500x$.

On rappelle que le coùt marginal est la dépense occasionnée par la production d'un objet supplémentaire ; on choisit comme modélisation de ce coût marginal: $C_m(x)=C(x)$.

On suppose que l'entreprise est en situation de monopole ; ce qui a pour effet que la demande est uniquement fonction du prix. La relation liant prix de vente unitaire p et demande x (en unités) est : $p(x)=\frac{-45}{8}x^2+2750$ ; (autrement dit quand x objets sont vendus, chacun l'est au prix p(x).)

1°) Calculer la recette totale R(x) pour x objets.

2°) On appelle recette marginale l'augmentation de recette procurée par la vente d'un objet supplémentaire ; on modélise cette recette marginale par : $r_m(x)=R'(x)$ où R' désigne la fonction dérivée de R. pour quelle valeur de la recette marginale est-elle égale au coût marginal ?

3°) Montrer que le bénéfice pour la fabrication et la vente de x unités est donné par :

$$B(x)=-\frac{x^3}{30}+\frac{75}{8}x^2+250x.$$

4°) a) Calculer B'(x) où B' désigne la fonction dérivée de B.

b) En déduire que le bénéfice est maximum quand la recette marginale est égale au coût marginal. Que vaut alors ce bénéfice maximum ?

## **EXERCICE : 03**

Une entreprise de maroquinerie fabrique des sacs de luxe. Chaque jour, elle produit un nombre x de sacs, x étant compris entre 0 et 10.

Le coût, exprimé en milliers de francs, de la production journalière de x sacs est donné par : $f(x) = x^3 - 7x^2 + 20x$.

1°) a) Déterminer la dérivée $f'$ de la fonction $f$.

b) En déduire le sens de variation de $f$

2°) Le plan est muni d'un repère orthonormé tel que :

- 1 cm représente 1 sac en abscisse
- 1 cm représente 40 000 Frs en ordonnées.

a) Compléter le tableau des valeurs suivantes :

| $x$ | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | | |

b) Construire la représentation graphique ($\mathcal{C}_f$) de $f$.

3°) On suppose que toute la production est vendue au prix de 14 000 F l'unité. La recette journalière, exprimée en milliers de francs est donnée par $g(x) = 14x$.

a) Exprimer le bénéfice journalier total h(x) en fonction de $f(x)$ et de $g(x)$.

b) Vérifier que pour tout x de [0 ; 10] $h(x) = -x(x-1)(x-6)$.

4°) a) Construire sur le même dessin, la représentation graphique de la fonction *h*.

b) Par lecture graphique, déterminer l'intervalle auquel x doit appartenir pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

c) Retrouver le résultat précédent par calcul.

## **EXERCICE : 04**

A-/ soit g la fonction définie sur [0 ;+∞ [ par $g(x)=x^3 - 1200x - 100$.

1°) Déterminer la limite de g en +∞. Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2°) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α dans l'intervalle [20 ; 40] . Donner en justifiant, une valeur approchée de α à l'unité près.

3°) En déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x.

B-/ Soit la fonction *f* définie sur ] 0 ;+∞ [ par $f(x) = x + 50 + \dfrac{1200x + 50}{x^2}$. On appelle (Cf) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal. (On prendra 1cm pour 5 unités en abscisse et 1cm pour 20 unités en ordonnées).

1°) Déterminer les limites de *f* en 0 et en +∞.

2°) Montrer que pour tout $x$ de ] 0 ;+∞ [ on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ où g est la fonction définie dans la partie A-/.

3°) Étudier les variations de *f*.

4°) ontrer que la droite (D) d'équation y = $x$ + 50 est asymptote à (Cf).

5°) Construire (Cf) et (D) sur le même graphique.

6°) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera des valeurs approchées des solutions à l'unité près.

C-/ Le coût de fabrication d'une quantité $x$ d'un produit, exprimé en centaines d'unités est définie sur ]0 ;100[ par $C(x) = \dfrac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x^2}$. C($x$) étant exprimé en centaines d'euros. Le coût moyen de fabrication par centaines d'objets est donc défini par $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1°) Déterminer la quantité d'objets , à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimum.

2°) On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 1300 euros. Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimum et le nombre maximum d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.