Nombres complexes : Forme algébrique

Exercice 1
Placer les points A_k d'affixes z_k dans un repère orthonormé du plan.

a) $z_1 = -1+i$; $z_2 = 2+i$; $z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$.

b) $z_1 = \sqrt{3} + i$; $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$; $z_3 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

c) $z_1 = \sqrt{3} + 3i$; $z_2 = -\sqrt{6} + i\sqrt{2}$; $z_3 = 1 + i\sqrt{3}$

Exercice 2
Déterminer la forme cartésienne du complexe.

$z_1 = (1+i)(1-2i)$

$z_2 = (2-3i)(3i)$

$z_3 = (1+2i)(1+i)^2(3i-4)$

$z_4=(5+4i)(3+7i)(2-3i)$

Exercice 3
Effectuer les calculs suivants en présentant les résultats sous la forme a + ib, où $(a,b) \in IR$

$(1 + i)^2$ $(1 - i)^2$ $(2 + 3i)^2$ $(3 + 2i)^3$

$\frac{i-5}{3+5i}$ $\frac{3+i}{2-i} + \frac{2-i}{3+i}$ $\frac{4+5i}{2-i} - \frac{1-3i}{1+i}$

Exercice 4
Déterminer la forme cartésienne du complexe

$z_1 = \frac{1-i}{2i}$; $z_2 = \frac{3-4i}{7+5i}$; $z_3 = \frac{(3-2i)(5+i)}{(5-i)}$

Exercice 5

On pose $j = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculer : j^2 ; $1+j+j^2$; $\frac{1+j}{(1-i)^2} + \frac{1-j}{(1+i)^2}$

Exercice 6

On considère les deux complexes suivants : $z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$ et $z_1 = \frac{1}{\sqrt{3}+i}$.

Calculer : z_1+z_2 ; z_1z_2 ; $\frac{z_1}{z_2}$; $z_1^2 + z_2^2$; $z_1^3 + z_2^3$.

Exercice 7
f est une fonction de C dans C définie par : $f(z) = 2z^3+(1+i)z^2-(3+2i)z-7+16i$.
Calculer f(1+i) ; f(2-i) ; f(2i).

Exercice 8

A tout nombre complexe z on associe le nombre complexe égal à $f(z) = \frac{1}{6}[(3+4i)z + 5\bar{z}]$

1. Calculer f(3), f(i) et f(1 – 4i).

2. Exprimer $z' = \frac{f(z)-z}{1+2i}$ à l'aide de z et de $\bar{z}$.

3. En déduire que z' est réel pour tout z complexe.

Exercice 9

Résoudre le système d'inconnues z et z' de nombres complexes.

a) $\begin{cases} z + z' = 3 \\ 2z - z' = i \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3z + z' = 5 + 2i \\ z - z' = -1 + 2i \end{cases}$

c) $\begin{cases} (1+i)z + (1-i)z' = 2 + i \\ 3z - 2iz' = 4 - i \end{cases}$

d) $\begin{cases} z - 2iz' = 5i \\ 2\bar{z} - (1+i)\overline{z'} = -2 + 6i \end{cases}$