

Exercices sur le Barycentre et lignes de niveaux

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

Exercice 1

1°) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés (A, 1) ; (B, -3).

Comment sont les points A ; B et G ?

2°) On donne dans le plan un triangle ABC rectangle en A tel que :

$$AB = 8\text{cm et } AC = 4\text{cm.}$$

Construire le barycentre G des points (A, 3) ; (B, -1) ; (C, 2).

Exercice 2

Dans le plan P, soit un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que :

$$AB = AC = a ; (a \in \mathbb{R}^{*+}).$$

Soit m un paramètre réel.

1°) Donnez une condition nécessaire et suffisante sur m pour que le système de points pondérés $\{(A, 2) ; (B, -1) ; (C, m)\}$ admette un barycentre G_m .

2°) Pour $m = 3$ déterminer le barycentre G.

Exercice 3

Soient A, B, C trois points non alignés du plan tels que $AB = 4$ et $AC = 3$.

1°) Construire le triangle ABC

2°) Déterminer puis construire le barycentre des points pondérés :

$$(A, 2) ; (B, -3) ; (C, 3).$$

3°) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tel que

$$MA^2 + MB^2 = 16$$

4°) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = -2$

Exercice 4

Soit un carré ABCD de côté de mesure 2cm. Soit l'application

$$f: P \rightarrow P$$

$$M \mapsto f(M) = MA^2 - MB^2$$

1°) Déterminer k pour que la ligne de niveau k de f passe par le barycentre I des points pondérés (A, 1) ; (B, -3).

2°) Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Construire la ligne de niveau GB^2 de f.

Exercice 5

Soit un triangle ABC rectangle en A tels que $AB = 3$ et $AC = 4$.
Déterminer l'ensemble des points M dans chacun des cas suivants :

- 1) $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = -5$
- 2) $\overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = 2$

Exercice 6

Soit le parallélogramme ABCD.

- 1) Trouver le barycentre G des points pondérés (A,2) ; (B,-5) ; (C,3) ; (D,-1)
- 2) Trouver les coordonnées de G relativement au repère (A, B, D)
- 3) Construire G

Exercice 7

Dans le plan P muni d'un repère (O, I, J) , on donne quatre points :

A(0 ;2) ; B(-5 ; 3) ; C(2 ; -1) ; D(-3 ; 4).

Trouver les coordonnées du barycentre G des points pondérés :

(A, -1) ; (B,2) ; (C,3) ; (D,-6).

Exercice 8

Soient A ; B ; C trois points du plan tels que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$

- 1°) Construire le triangle ABC et Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$
- 2°) Soit G barycentre des points (A,2) ; (B,3) ; (C,3)

Exercice 9

Dans chacun des cas ci-dessous déterminer l'ensemble (F) des points M du plan vérifiant les conditions :

- 1°) $AB = 6$ et $\overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = 14$;
- 2°) $AB = 4$ et $\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 = 2$
- 3°) $AB = 5$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = 25$