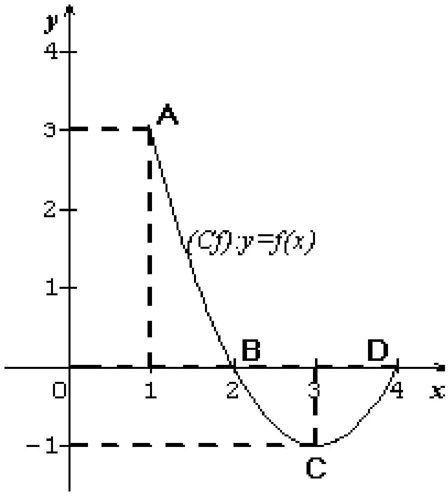
TRANSFORMATION DE COURBES

Exercice 3

La courbe (Cf) suivante représente graphiquement la fonction f définie sur $Df = [1;4]$



1°) Compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4
f(x)				

2°) On considère la fonction f_H définie sur $D_H = [3;6]$ par $f_H(x) = f(x-2)$

a) Compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$						
$f_H(x) = f(x-2)$						

b) Représenter dans un même repère les deux courbes (Cf) et $(C_H) : y = f_H(x)$

c) Quelle relation lie les deux courbes (Cf) et (C_H) ?

3°) On considère la fonction f_V définie sur $D_V = [1;4]$ par $f_V(x) = f(x) + 2$

a) Compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4
$f(x)$				
$f_V(x) = f(x) + 2$				

b) Représenter dans un même repère les deux courbes (Cf) et $(C_V) : y = f_V(x)$

c) Quelle relation lie les deux courbes (Cf) et (C_V) ?

4°) On considère la fonction f_{Oy} définie sur $D_{Oy} = [-4;-1]$ par $f_{Oy}(x) = f(-x)$

a) Compléter le tableau suivant :

x	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4
$f(x)$								
$f_{Oy}(x) = f(-x)$								

b) Représenter dans un même repère les deux courbes (Cf) et $(C_{Oy}) : y = f_{Oy}(x)$

c) Quelle relation lie les deux courbes (Cf) et (C_{Oy}) ?

5°) On considère la fonction f_{Ox} définie sur $D_{Ox} = [-4;-1]$ par $f_{Ox}(x) = -f(x)$

a) Compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4
$f(x)$				
$f_{Ox}(x) = -f(x)$				

b) Représenter dans un même repère les deux courbes (Cf) et $(C_{Ox}) : y = f_{Ox}(x)$

c) Quelle relation lie les deux courbes (Cf) et (C_{Ox}) ?

6°) On considère la fonction f_O définie par $f_O(x) = -f(-x)$. Quelle relation lie les deux courbes (Cf) et $(C_O) : y = f_O(x)$?

7°) On considère la fonction f_{abs} définie sur $D = [1;4]$ par $f_{abs}(x) = |f(x)|$

a) Compléter le tableau suivant :

x	1	2	3	4
$f(x)$				
$f_{abs}(x) = \|f(x)\|$				

b) Représenter dans un même repère les deux courbes (Cf) et $(C_{abs}) : y = f_{abs}(x)$

Exercice 4

(Cf) et (Cg) sont les courbes représentatives des deux fonctions f et g

I – Quelle isométrie transforme (Cf) en (Cg) si f et g vérifient :

a) $g(x) = f(x-a)$
b) $g(x) = f(x) + b$
c) $g(x) = f(x-a) + b$
d) $g(x) = f(-x)$
e) $g(x) = -f(x)$
f) $g(x) = -f(-x)$

II – Dans chacun des cas suivants, f est définie par une expression de la forme $f(x) = kx^2$ ($k \in IR$)

Ecrire $g(x)$ sous l'une des formes de la question I – (la forme canonique peut aider), puis représenter graphiquement dans un même repère les deux courbes (Cf) et (Cg)

$g(x)=x^2+2$	$g(x)=x^2-4$	$g(x)=-x^2+1$
$g(x)=2x^2+1$	$g(x)=-3x^2+3$	$g(x)=x^2-2x+1$
$g(x)=x^2-4x+4$	$g(x)=x^2+6x+9$	$g(x)=x^2+2x+1$
$g(x)=x^2-4x+5$	$g(x)=-x^2+2x+3$	$g(x)=2x^2+4x$

II – Dans chacun des cas suivants, f est définie par une expression de la forme $f(x)=\frac{k}{x}$ (avec $k \in IR$)

a) Ecrire $g(x)$ sous forme canonique. ($g(x)=\frac{k}{x-a}+b$) (a , $b \in IR$)

b) Ecrire $g(x)$ sous l'une des formes de la question I – (la forme canonique peut aider), puis représenter graphiquement dans un même repère les deux courbes (Cf) et (Cg)

$g(x)=\frac{1}{x-1}$	$g(x)=\frac{2}{x-3}$	$g(x)=\frac{-1}{x-1}$
$g(x)=2+\frac{1}{x}$	$g(x)=\frac{2x+1}{x}$	$g(x)=\frac{2}{x-1}+1$
$g(x)=\frac{x+1}{x-1}$	$g(x)=\frac{2x-4}{x-4}$	$g(x)=-2\frac{x+3}{x+2}$
$g(x)=-\frac{x+2}{x-1}$	$g(x)=-x^2+2x+3$	$g(x)=2x^2+4x$
$g(x)=3\frac{x-1}{x-3}$	$g(x)=\frac{-2x-2}{x+2}$	$g(x)=\frac{x+2}{2(x-1)}$

Exercice 5

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x$ et (Cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$

1°) Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ pour tout x. (a , α et $\beta \in IR$)

2°) En déduire que (Cf) est l'image d'une parabole (P) d'équation $(P): y=kx^2$ à déterminer, par une transformation simple que l'on déterminera. Construire (Cf)

3°) On considère les fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 définies respectivement par :

$f_1(x)=f(-x)$ $\qquad$ $f_2(x)=-f(x)$

$f_3(x)=-f(-x)$ $\qquad$ $f_4(x)=|f(x)|$

Construire la courbe représentative de chacune des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4

Exercice 6

1°) Déterminer deux nombres réels a et b tels que, pour tout nombre réel x, on ait l'égalité :

$-x^3+6x^2-12x=-(x-a)^3+b$

2°) Soit (C) la courbe d'équation $(C): y=-x^3$, (C') la courbe représentative de la fonction g définie par $g(x)=-x^3+6x^2-12x$

Montrer que (C') est l'image de (C) par une transformation simple à déterminer puis tracer (C) et (C')

3°) Tracer les deux courbes $(C_1): y=x^3-6x^2+12x-8$ et , $(C_1): y=|g(x)|$