

Énergie potentielle électrostatique

Application 1

Quelle est, en MeV, l'énergie acquise par une particule α (ion He^{2+}) accélérée sous une d.d.p de 10^6V ?

Correction

Cette énergie acquise est égale au travail fourni à la particule α par le champ électrostatique accélérateur, soit $W = q \cdot U$.

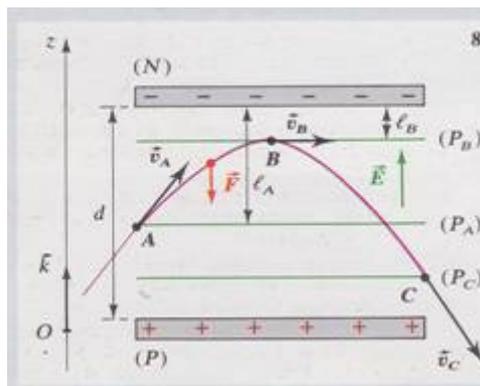
D'où, avec $q = 2e$:

$$W = 2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^6 \text{J} = 2 \cdot 10^6 \text{eV}.$$

L'énergie cinétique de la particule α a augmenté de 2 MeV.

Application 2

Un faisceau d'électrons pénètre entre deux plaques parallèles chargées. Il subit une déviation selon la trajectoire représentée sur la figure 8.



1) Peut-on expliquer simplement, par analogie, la forme de la trajectoire ?

2) Les points A, B et C de la trajectoire sont respectivement à $l_A = 16 \text{ mm}$, $l_B = 4 \text{ mm}$ et $l_C = 25 \text{ mm}$ de la plaque négative (N). La distance entre les plaques est $d = 30 \text{ mm}$ et la tension $U_{PN} = U = 1\,000 \text{ V}$. La vitesse initiale des électrons est $m_e = 9,31 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

a) Calculer l'énergie totale de l'électron au cours de son mouvement entre les plaques. On admettra qu'il est soumis à la seule force électrostatique et on prendra $V_N = 0$.

b) En chacun des points B et C, calculer l'énergie potentielle électrostatique et l'énergie cinétique, exprimées en électron- volts.

Correction

1/ Orientons le dispositif à l'aide d'un axe (Oz) perpendiculaire aux plaques. L'électron est soumis à une force constante $\vec{F} = -eE\vec{k}'$, puisque le champ est uniforme.

Lorsqu'on lance un projectile de masse m vers le haut, il est soumis à une force constante $\vec{P} = -mg\vec{k}$.
 Si sa vitesse initiale n'est pas verticale, la trajectoire a une forme parabolique.

Par analogie, on peut en déduire que la trajectoire de l'électron a, elle aussi, une forme parabolique.

2/ a) L'électron est soumis à la seule force d'origine électrostatique ; le système est conservatif, et $\epsilon_T = \text{Cte}$.
 Effectuons le calcul en A.

La plaque (N) est prise comme plaque de référence. L'énergie potentielle de l'électron ne dépend que de la différence de potentiel qui existe entre le plan équipotentiel (PA) passant par A et la plaque (N). Or :

$$V_A - V_N = E l_A$$

$$\text{D'où : } \epsilon_A - \epsilon_N = q E l_A$$

Il vient alors, avec : $\epsilon_{PN} = 0$ et $E = |U|/d$

$$\epsilon_{PA} = q \frac{U}{d} \cdot l_A$$

Soit, avec : $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

$$\epsilon_{PA} = -533 \text{ eV}$$

- L'énergie cinétique de l'électron en A vaut :

$$\epsilon_{CA} = \frac{1}{2} m v_A^2 = 8,79 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Soit, en électronvolts:

$$\epsilon_{CA} = \frac{8,79 \cdot 10^{-17}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 549 \text{ eV}$$

- L'énergie totale de l'électron au cours de son mouvement est donc :

$$\epsilon_T = \epsilon_{PA} + \epsilon_{CA} = -533 + 549 = 16 \text{ eV}$$

2/ b) On a :

$$\epsilon_{PB} = -e \cdot \frac{U}{d} \cdot l_B = -133 \text{ eV}$$

Et :

On obtient de même :

$$\epsilon_{PC} = -833 \text{ eV} \quad \text{et} \quad \epsilon_{CC} = 849 \text{ eV}$$

Faire le point

- Lorsqu'une charge q passe d'un point N (où le potentiel est V_N) à un point M (où le potentiel est V_M), quelle est l'expression du travail de la force électrostatique ?

- Quelle est l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée dans un champ électrostatique ? Cette énergie dépend-elle d'un état de référence ?
- Donner l'expression de l'énergie mécanique totale d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique.
- Que représente $q \cdot (V_A - V_B)$? Cette relation n'est-elle valable que pour un champ uniforme ?
- Quelle est en joules la valeur d'un méga-électron-volt (1 MeV).

Dans tous les exercices suivants, on prendra :

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}.$$

Applications directes du cours

A- Dans un accélérateur de particules, un proton est soumis à une tension de 1MV entre son point d'émission et la sortie de l'accélérateur.

- 1/ Calculer le travail de la force électrostatique qui lui est appliquée. Ce travail peut-il être positif ou négatif ?
- 2/ Donner, en MeV, l'énergie acquise.

B- Un électron passe d'un point A ($V_A = 10\text{V}$) à un point B ($V_B = 100\text{V}$)

- 1/ Calculer le travail de la force électrostatique qui lui est appliquée.
- 2/ Cet électron a initialement en A une vitesse de 10^5 m.s^{-1} . Quelle est sa vitesse en B ?

Donnée: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$.

C- Un proton se déplace d'un point A ($V_A = 10\text{V}$) à un point B ($V_B = 50\text{V}$). Sa vitesse en M est nulle.

- 1/ Quelle est l'énergie totale de cette particule ?
- 2/ En déduire son énergie cinétique en N, puis sa vitesse.

Données: $\alpha = \text{He}^{2+}$ $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-27} \text{kg}$

D- Dans une région de l'espace règne un champ électrostatique uniforme d'intensité $E_0 = 10^6 \text{ V.m}^{-1}$. Dans un repère orthonormal, ce champ a pour expression

- 1/ Calculer le travail de la force électrostatique qui s'exerce sur un électron lorsque cette particule passe du point A(1, 3, 4) au point B(5, 6, 0), l'unité de longueur étant le centimètre.
- 2/ Donner la variation d'énergie cinétique (en eV) de cet électron.

E- Un électron pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrostatique. Sa trajectoire passe par deux point A et B. En A, où le potentiel électrique est $V_A = 100\text{V}$, sa vitesse est $V_A = 5 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$.

Quel doit être le potentiel V_B au point B pour que l'électron arrive en B avec une vitesse nulle ? Peut-il atteindre un point C dont le potentiel serait égal à $V_C = 10V$? On donne $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$.

F- Un proton pénètre dans une région de l'espace où règne un champ électrostatique. Il passe en un point D de potentiel électrique $V_D = -500V$, avec une vitesse $V_D = 10^5 \text{m.s}^{-1}$.

Peut-il atteindre un point C de potentiel $V_C = -100V$?

On donne : $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$

G- Dans un canon à électrons, un électron quitte le filament ; il est accéléré par un champ électrique créé entre deux plaques. Il passe d'un point K de potentiel électrique $V_K = -20V$ à un point C de potentiel électrique $V_C = 20V$.

1/ Calculer la variation d'énergie potentielle de l'électron lorsqu'il passe de K en C.

2/ Calculer le travail de la force électrique appliquée à l'électron entre K et C.

3/ Calculer sa variation d'énergie cinétique entre K et C

H- Un générateur maintient une tension $U = 200V$ entre deux plaques conductrices parallèles situées dans le vide.

1/ Un électron quitte la plaque négative pour être capté par la plaque positive. Calculer le travail de la force électrostatique qui s'exerce sur cet électron (en joules et en électronvolts).

2/ La distance séparant les plaques est $d = 2\text{cm}$. Caractériser le champ électrostatique en tout point de l'espace compris entre les plaques.

3/ On écarte les plaques, toujours parallèles, à $d' = 4\text{cm}$; la tension de $200V$ est maintenue. Reprendre les questions précédentes. Conclure.

4/ Les plaques sont déplacées de façon quelconque et ne sont plus parallèles. Peut-on toujours calculer simplement le travail de la force électrostatique qui s'exerce sur l'électron allant de la plaque positive à la plaque négative ?

I- Soit un champ électrostatique uniforme d'intensité $200V.m^{-1}$, parallèle à un axe $x'Ox$ est dirigé suivant Ox . L'origine de l'énergie potentielle est le point O. Au point A, la différence de potentiel est :

$$V_A - V_O = -10V$$

1/ Donner l'abscisse du point A.

2/ Un proton H^+ est situé en A. Quelle est son énergie potentielle ? Quel est le travail de la force électrostatique si l'on déplace le proton en O ?

3/ Mêmes questions avec un électron initialement situé en A.

J- Un proton de masse $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ est libre de se déplacer dans un champ électrostatique uniforme de norme $E = 200 \text{V.m}^{-1}$. On le suppose soumis à la seule force électrostatique. En un point A, sa vitesse est nulle.

1/ Dans quel sens le proton va-t-il se déplacer ?

2/ Il parcourt une distance $AB = 2 \text{cm}$ parallèlement à la direction du champ. Calculer sa variation d'énergie potentielle lorsqu'il passe de A en B.

3/ Quelle est sa vitesse au point B ?

4/ Quelle est alors la puissance de la force électrostatique en B ?

5/ Faire un schéma en représentant les vecteurs champ électrostatique \vec{E} , déplacement \vec{AB} et la vitesse \vec{v}_B .

K- On maintient une d.d.p de $1\,000 \text{V}$ entre deux plaques conductrices identiques, parallèles, distantes de 5cm . Une charge $q = 10^{-12} \text{C}$ se déplace entre les plaques d'un point A, situé à 1cm de la plaque positive, à un point B, situé à 2cm de la plaque négative.

1/ Calculer le champ électrostatique entre les deux plaques.

2/ Calculer la d.d.p $V_B - V_A = U_{BA}$.

3/ Calculer l'énergie potentielle de la charge q en A, puis en B, en prenant comme référence la plaque négative.

4/ Calculer le travail de la force électrostatique s'exerçant sur la charge q pour aller de A en B.

L- Dans un tube de Crookes, un faisceau d'électrons est émis d'une cathode C, sans vitesse initiale. La tension entre l'anode A et la cathode C est $U_{AC} = 3\,000 \text{V}$. Déterminer l'énergie cinétique (en eV) des électrons arrivant sur A, ainsi que leur vitesse.

Donnée : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$.

M- Dans une certaine région de l'espace règne un champ électrostatique uniforme.

$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est le repère orthonormal. Le champ est donné par avec $E = 500 \text{V.m}^{-1}$. On considère un proton successivement aux points A(4, 1, 1), B(6, 1, 2) et C(8, 2, 3). L'unité de longueur est le centimètre.

1/ En prenant l'origine de l'énergie potentielle de la charge au point O, origine du repère, calculer l'énergie potentielle électrostatique du proton aux différents points A, B et C.

Calculer $\epsilon_P(A) - \epsilon_P(B)$, $\epsilon_P(B) - \epsilon_P(C)$, $\epsilon_P(C) - \epsilon_P(A)$.

2/ En prenant l'origine de l'énergie potentielle au point B, calculer l'énergie potentielle du proton en A, B et C.

Exercices récapitulatifs

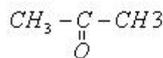
Soit $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormal associé à une région de l'espace. On crée un champ uniforme $\vec{E} = -E \vec{i}$ et $E = 15.10^3 \text{Vm}^{-1}$

- 1/ En un point $M(x, y, z)$, on place une charge q ; déterminer son énergie potentielle. On prendra
- 2/ Un proton passe du point $A(0, 1, 2)$ au point $B(4, 1, 4)$; l'unité de longueur est le centimètre. Calculer sa variation d'énergie potentielle.
- 3/ En déduire le travail de la force électrostatique lorsque la particule passe de A en B. Le proton est-il fermé ou accéléré ?

N- Soit $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère orthonormal associé à une région de l'espace. On crée un champ uniforme $\vec{E} = E \cdot \vec{k}$ et $E = 500 \text{Vm}^{-1}$

- 1/ Calculer l'énergie potentielle d'un porteur de charge q en un point $M(x, y, z)$ de cette région. On prendra : $\epsilon_P(0) = 0$.
- 2/ Un ion Cl^- passe d'un point $A(1, 1, 1)$ au point $B(-4, 3, -1)$; calculer la variation d'énergie potentielle de cet ion. En déduire le travail d'énergie potentielle de cet ion. En déduire le travail de la force électrostatique au cours de se déplacement. On exprimera les résultats en joules et en électronvolts. L'unité de longueur est le cm.
- 3/ L'ion Cl^- est-il freiné ou accéléré lorsqu'il passe de A en B ?

O- Dans la chambre d'ionisation d'un spectrographe de masse, tous les méthyl- cétones donnent un fragment $\text{CH}_3\text{-C=O}$ et un fragment



Ces ions, porteurs d'une charge élémentaire, sont ensuite accélérés avant d'être déviés. Le champ accélérateur, uniforme, a une intensité de 10^6V.m^{-1} .

- 1/ Quelle est l'énergie acquise par chacun de ces ions après un parcours de 10cm dans le champ ?
- 2/ Donner alors leur vitesse.

Données : $M_C : 12 \text{g.mol}^{-1}$; $M_o : 16 \text{g.mol}^{-1}$; $M_H : 1 \text{g.mol}^{-1}$

P- Des ions ${}^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$ et ${}^{26}_{12}\text{Mg}^{2+}$ sont produits dans une chambre d'ionisation d'un spectromètre de masse. Ces ions, de vitesse initiale nulle, sont accélérés par une tension U appliquée entre la chambre d'ionisation C et la cathode K, percée d'un trou O.

- 1/ Donner le signe de U_{KC} .
- 2/ Quelle est la vitesse de chacun de ces ions passant par O?
- 3/ Après leur passage par le trou, ces particules sont délivrées par un champ magnétique. Ce champ produit sur ces particules une force constamment perpendiculaire à leur vitesse. Donner les vitesses à la sortie du champ.

Données : $m_p = m_n = 1,67.10^{-27} \text{kg}$; $U = 4\,000 \text{V}$.

On admettra que la masse d'un ion est égale à la masse des neutrons et des protons qui forment son noyau.

Q- Une d.d.p $V_1 - V_2 = 100V$ est appliquée entre deux grilles métalliques planes, parallèles, G_1 et G_2 . Entre ces deux grilles règne un champ électrostatique uniforme ; il est nul en dehors de cette zone. Des électrons, émis par un canon à électrons suivant les lignes de champ, traversent la grille G_1 avec la vitesse v_1 .

1/ Quelle est la vitesse v_1 minimale des électrons qui parviennent à traverser la grille G_2 ?

2/ Quelle est la vitesse v_2 d'un électron traversant G_2 après avoir traversé G_1 avec la vitesse $v_1 = 9.10^6 m.s^{-1}$?

3/ Dans les conditions de la deuxième question, un électron rencontre un neutron immobile se trouvant au voisinage de G_2 . Le choc est élastique, et l'électron repart avec une vitesse de sens opposé à . Avec quelle vitesse re-traverse-t-il G_1 ?

On fera les approximations légitimes.

Données : $m_e = 9,1.10^{-31}kg$; $m_n = 1840m_e$.

On indique qu'au cours d'un choc élastique il y a conservation de l'énergie cinétique et conservation de la quantité de mouvement du système (électrons, neutron).

R- Au voisinage de la Terre, près du sol, il existe un champ électrostatique uniforme, vertical et dirigé vers le sol. Sa norme varie linéairement avec l'altitude selon la loi $E = a + bh$ entre les altitudes $h = 0$ et $h = 1400m$.

1/ Sachant que pour $h = 0$, $E = 100V.m^{-1}$ et que pour $h = 1400m$, $E = 20V.m^{-1}$, déterminer les constantes a et b . quelles sont leurs unités ?

Représenter graphiquement E en fonction de h .

2/ Par une méthode graphique, déterminer le travail des forces électriques s'exerçant sur une charge de $10^{-10}C$ se déplaçant de l'altitude 0 à l'altitude h . En déduire le potentiel électrostatique d'un point situé à l'altitude h si l'on prend comme référence la surface terrestre.

3/ Un ion H^+ est formé à l'altitude $h = 1400m$. Le champ de pesanteur est supposé uniforme, d'intensité $g = 10m.s^{-2}$. Calculer l'énergie potentielle de pesanteur et l'énergie potentielle électrostatique de cet ion. Les comparer.

Si l'ion part de l'altitude $h = 1400m$ avec une vitesse nulle, quelle sera sa vitesse à l'arrivée sur le sol (on négligera toutes les autres interactions) ?

S- La sphère, supposée petite et chargée positivement, d'un pendule électrostatique est en équilibre en un point O situé entre deux plaques P et N conductrices, parallèles et distantes de $d = 15cm$. Les plaques sont initialement neutres. On applique une tension $U_{PN} = 1500V$ entre les deux plaques. La sphère chargée adopte, après quelques oscillations, une nouvelle position d'équilibre A .

1/ Calculer la charge q du pendule si, à l'équilibre, l'angle α que fait le fil de suspension avec la verticale vaut 30° ; la sphère est attirée du côté de la plaque négative N .

2/ Le point O est pris comme point de référence α est l'angle que fait le fil du pendule avec la verticale lorsque la sphère est attirée par la plaque N. Pour $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$, exprimer en fonction de α l'énergie potentielle de pesanteur \mathcal{E}_{pg} et l'énergie potentielle électrostatique \mathcal{E}_{pe} .

Représenter graphiquement \mathcal{E}_{pg} et \mathcal{E}_{pe} en fonction de α .

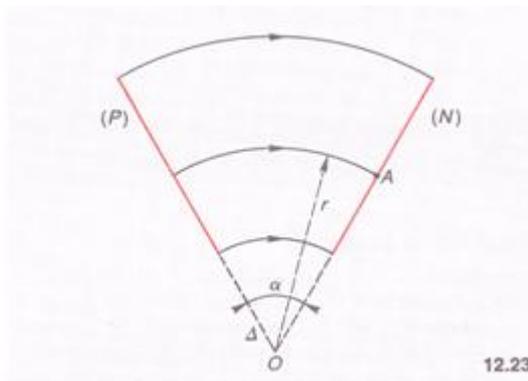
En déduire la représentation graphique de la somme \mathcal{E}_P de ces énergies potentielles.

Pour quelle valeur de α cette somme est-elle minimale ? Conclure.

Données : masse de la sphère : $m = 0,5g$; longueur du fil : $l = 20m$; $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Exercices de réflexion et d'analyse

T- Les plans de deux plaques métalliques identiques forment un dièdre d'angle $\alpha = 60^\circ$ et d'arête Δ . La plaque P est portée au potentiel $+100V$, la plaque N au potentiel $-100V$. En négligeant les effets de bord, les lignes de champ sont des portions de cercles centrées sur l'axe Δ .



1/ Sachant que les équipotentielles sont orthogonales aux lignes de champ, tracer les équipotentielles $0V$, $-50V$ et $+50V$.

2/ Le champ électrique ne dépend que de la distance r à l'axe Δ . Calculer le champ électrique à la distance $r = 10cm$.

3/ Un électron se détache de la plaque N sans vitesse initiale. Calculer sa vitesse lorsqu'il arrive sur la plaque P.

Pouvez-vous donner, qualitativement, l'allure de sa trajectoire ? Pourquoi ne peut-il suivre une ligne de champ ?

Donnée : $m_e = 9,1.10^{-31}kg$

U- On reprend les données de l'application 2

- 1/ Expliquer pourquoi la composante de la vitesse perpendiculairement au champ \vec{E} reste constante au cours du mouvement.
- 2/ En déduire numériquement l'angle α que fait la vitesse initiale \vec{v}_A avec le champ \vec{E}