Équations différentielles : série n°1

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles suivantes :

y' = 2	y' = 2x+1	y' = 2 cos x
y'' = -1	y''= x-2	y'' = -3 sin 2x

Exercice 2

Résoudre les équations différentielles suivantes :

y' - y = 0	3y' + 2y =1	y'- y = 1
y'+ xy= 0	y' cosx -y sinx = 0	y'(1-x) = 2y

Exercice 3

Résoudre les équations différentielles suivantes :

y'' + y' = 0	2y''- 5y = 0	y''-2y' =2
y'' - 2y' -3 y = 0	y''+2y'+1 = 0	y'' + y' +y = 0

Exercice 4

Résoudre chacune des équations suivantes et déterminer la solution qui vérifie la ou les conditions données :

y' + 3 y = 0, y(0) = 1	3y'- 5y =0, y(0)= 2	y'- 5y= 1, y(1) =0
y'' = 2 , y (0) = 1, y' (0) = 0	y'' + 2y' -3 y = 0, y(0)= 3, y'(0)=1	y'' -2y = 0 ,y (0)= 3, y'(0)= -1

Exercice 5

Déterminer la fonction f dont la courbe passe par le point A (1 ;2) et dont la tangente en ce point ait un coefficient directeur est le double de celui de la droite (OM).

Exercice 6

On considère l'équation différentielle (E) : $y'-2y=\frac{-2}{1+e^{-2x}}$, et soit g une fonction dérivable sur IR et f la fonction définie par $f(x)=e^{2x}.g(x)$.

1.- Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $g'(x)=\frac{-2e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

2. - En déduire toutes le solutions de (E).

Exercice 6

Soit (E) : y''' - 6 y'' +12 y' -8 y = 0

1.- Montrer que la fonction h définie par $h(x)=e^{2x}$ est solution de (E).

2.- Soit f une fonction trois fois dérivable sur IR et g la fonction définie par $g(x)=e^{-2x}.f(x)$.

Montrer que f est solution de (E) si et seulement si g''' est une fonction nulle. En déduire toutes les solutions de (E).