

## Correction exercice du prisme



Je cherche ma propre solution avant de consulter la correction

**Objectif:** Déterminer les caractéristiques du prisme

**Connaissances nécessaires:**

- connaître (sinon revoir!):
- angle d'incidence
  - angle de réfraction
  - rayon émergent
  - loi de Descartes sur la réfraction
  - dioptré plan

Progresser , c'est d'abord chercher sa propre solution !

Vérifier ensuite si mon résultat est le bon. Sinon consulter la correction détaillée

### Exercice 1

#### Rappel de l'énoncé :

Un prisme de verre d'indice  $n=1,6$  et d'angle  $A = 30^\circ$  est traversé par un rayon lumineux monochromatique. Le rayon incident tombe sur le prisme sous un

angle  $i=30^\circ$ .

Déterminer l'angle de réfraction  $r$  sur la première face, l'angle d'incidence  $r'$  sur la deuxième face, l'angle d'émergence  $i'$  et la déviation totale créée par ce prisme.

$$n=1,6 \quad A = 30^\circ \quad i = 30^\circ$$

application de la loi de la réfraction sur le 1<sup>er</sup> dioptré plan air/verre :  $\sin i = n \sin r$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \quad \rightarrow: \quad r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right) \quad \text{et} \quad r = \arcsin\left(\frac{\sin 30}{1,6}\right) \quad \rightarrow \quad r = 18,21^\circ$$

$$A = r + r' \quad \rightarrow \quad r' = A - r = 30^\circ - 18,21^\circ = 11,79^\circ \quad \text{donc} \quad r' = 11,79^\circ$$

loi de Descartes sur le 2<sup>ème</sup> dioptré plan verre/air :  $n \sin r' = \sin i' \quad \rightarrow \quad i' = \arcsin(n \sin r')$

$$\text{par suite, } i' = \arcsin(1,6 \sin 11,79^\circ) = 19,08^\circ \quad \rightarrow \quad i' = 19,08^\circ$$

$$\text{La déviation est donc : } D = i + i' - A \quad \text{d'où} \quad D = 30^\circ + 19,08^\circ - 30^\circ = 19,08^\circ \quad \text{soit} \quad D = 19,08^\circ$$

### Exercice 2

Soit un prisme d'angle au sommet  $30^\circ$  et d'indice  $n=1,5$

Donner les valeurs des angles d'incidence, d'émergence et de l'angle de déviation totale dans les cas suivants :

1. incidence rasante
2. incidence normale
3. minimum de déviations
4. émergence rasante
5. émergence normale
6. Faire un schéma correspondant à chaque cas de figure.
7. déduire de cette étude les conditions d'émergence
8. tracer la courbe de variation de la déviation en fonction de l'incidence,

1- L'angle d'incidence vaut pour une incidence rasante  $i = 90^\circ$

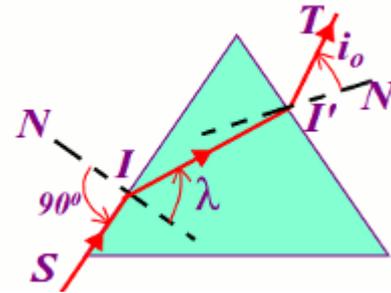
Emergence du rayon lumineux :

Il faut que :

$$A < 2\lambda$$

$$i_0 \leq i \leq \pi/2$$

$$\lambda = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 41,8^\circ$$



**l'angle d'émergence**,  $i' = i_0 = -17,9^\circ$  , en effet ,  $\sin i' = \frac{3}{2}n \sin(A - \lambda)$   $i' = -17,9^\circ$

Si  $i = 90^\circ$ , alors  $r$  est l'angle critique  $\lambda = 41,9^\circ$ ,  $r' = A - \lambda = -11,83^\circ$

L'angle  $r'$  négatif : le rayon juste avant  $I'$  est situé au-dessous de la normale à côté de la base du prisme.

$$\sin(i') = \frac{3}{2} \sin(-11,83^\circ) = -17,87^\circ$$

L'angle  $i_0$  est négatif le rayon émergent  $I'R$  est situé au-dessus de la normale i.e du côté de l'arête.

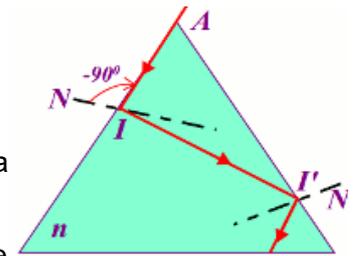
Ainsi, de la condition  $i_0 \leq i \leq 90^\circ$ , et d'après le principe de retour inverse de la lumière, lorsque l'angle d'incidence vaut  $i = i_0$ , l'angle d'émergence vaut  $90^\circ$  réciproquement.

**L'angle de déviation totale :**

$$D_0 = 90^\circ - 17,87^\circ - 30^\circ = 42,17^\circ$$

Si on considère le cas où le rayon incident arrive rasant de l'autre côté de la normale ( $i = 90^\circ$ )

Alors  $r = -\lambda$  et  $r' = A + \lambda$ . L'angle  $r'$  est supérieur à l'angle limite  $\lambda$  quelque soit  $A$ , ce rayon subit toujours le même phénomène de réflexion totale sur la deuxième face du prisme.



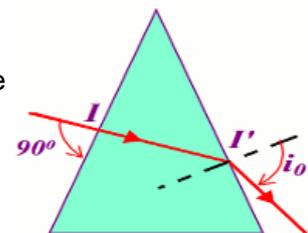
2- Incidence normale:

Il y aura émergence car,  $i = 0^\circ$  et  $i_0 = -17,9^\circ$

Il en résulte que  $r = 0^\circ$  : le rayon incident n'est pas dévié par la première face du prisme,  $r' = A$  et  $i'$  tel que :

$$\sin(i') = n \sin(r') = n \sin(A) ; \quad i' = 48,59^\circ$$

La déviation totale vaut :  $D = i' - A = 18,59^\circ$

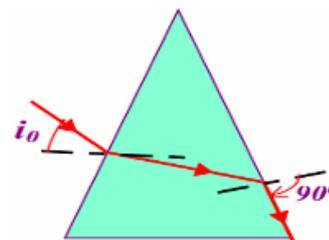


3. Émergence rasante

l'angle d'incidence  $i$  a la valeur  $i_0$  tel que ;

$$\sin(i_0) = n \sin(A - \beta) \rightarrow i_0 = -17,87^\circ$$

La déviation totale est donc :  $D = 42,17^\circ$



4- Émergence normale

L'angle d'incidence  $i = 48,59^\circ$ ,  $i = 0^\circ$ , et la déviation  $D = 18,59^\circ$

### Minimum de déviation

Nous venons de voir toutefois que, pour une valeur donnée il y a deux valeurs de l'angle d'incidence, correspondant aux deux trajets inverses de lumière. La déviation se produit pour une seule valeur de l'angle d'incidence c'est que celui-ci est la même pour les deux trajets inverses. On a  $i = i'$ ,  $r = r'$  et  $A = 2r$

L'angle d'incidence  $i$  a la valeur  $i_m$  donnée par  $\sin(i_m) = n \sin\left(\frac{A}{2}\right)$   $i_m = 22,89^\circ$

La déviation  $D$  a la valeur  $D_m$  donnée par l'équation  $D_m = 2i_m - A$ ;  $D_m = 15,78^\circ$

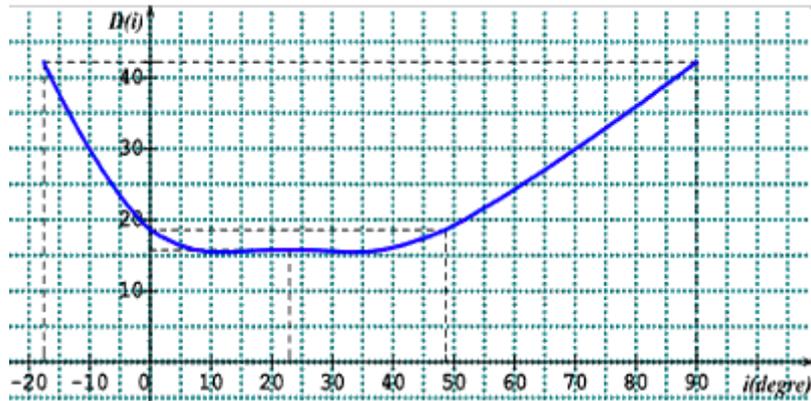
Les conditions d'émergence sont celles énoncées précédemment.

$$A \leq 2 \lambda \quad i_0 = \sin^{-1}(n \cdot \sin(A - \lambda)), \quad \lambda = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 41,9^\circ$$

$$i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2}$$

La courbe  $D = f(i)$  suivante illustre ces conditions d'émergence

$i(^\circ)$	$i = i_0 = -17,89^\circ$	$0^\circ$	$i = i_m = -22,89^\circ$	$48,59^\circ$	$90^\circ$
$D(i)$	$D = D_0 = 42,17^\circ$	$18,59^\circ$	$D = D_m = 15,79^\circ$	$18,59^\circ$	$D = D_0 = 42,17^\circ$



### Exercice 3

Un prisme d'angle  $A$  et d'indice  $n=1,5$  est éclairé par un rayon incident perpendiculaire à la face d'entrée du prisme. Tracer la marche du rayon lumineux et calculer la déviation  $D$  dans les deux cas suivants :

1-  $A = 30^\circ$  et  $A = 60^\circ$

#### Pour $A = 30^\circ$

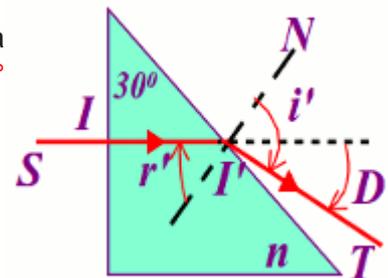
L'angle d'incidence est nul ( $i = 0^\circ$ ), l'angle  $r$  est également nul ( $r=0^\circ$ ) on a donc  $r' = A = 30^\circ$

$$i' = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n} \sin A\right) = 48,6^\circ \text{ soit } i' = 48,6^\circ$$

Calcul de la déviation :  $D = i' - r' = 18,6^\circ$

#### Pour $A = 60^\circ$

L'angle d'incidence est nul ( $i=0^\circ$ )



On a donc  $r' = A = 60^\circ$

Calculons l'angle critique de la deuxième face

$$\sin \lambda = \frac{1}{n} ; \lambda = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = 41,8^\circ$$

$r' > \lambda$  le rayon réfléchi subit une réflexion totale en  $i'$

la déviation totale est  $D = \pi - 2r' = 60^\circ$

#### Exercice 4

Un prisme d'indice  $n = 1,5$  a pour section droite un triangle équilatéral

1- Déterminer l'angle de déviation minimale lorsque le prisme est placé dans l'air

2- Quelle est la valeur de l'angle de déviation minimale  $D_m$  lorsque le prisme est plongé dans l'eau d'indice  $4/3$ .

La déviation minimale lorsque  $i = i'$ ,  $r = r' = A/2$ ,  $D_m = 2i_m - A$ ,  $i_m = \frac{D_m + A}{2}$

De la relation  $\sin i = n \sin r'$  on a  $n = \frac{\sin i_m}{\sin r} = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}}$

Déterminons l'angle de déviation minimale lorsque le prisme est placé dans l'air. Il suffit d'évaluer  $D_m$

dans la formule précédente :  $D_m = 2 \sin^{-1}\left(n \sin \frac{A}{2}\right)$  soit  $D_m = 37,2^\circ$

Déterminons l'angle de déviation lorsque le prisme est placé dans l'eau d'indice  $4/3$

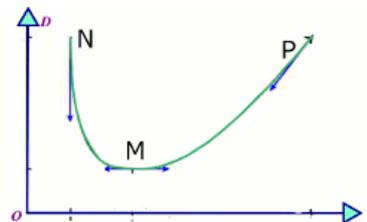
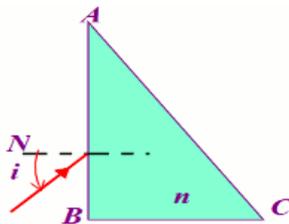
$n_0 \sin i_m = n \sin r$  ceci implique  $D_m = 2 \sin^{-1}\left(\frac{n}{n_0} \sin \frac{A}{2}\right)$  soit  $D_m = 8,03^\circ$

#### Exercice 5

Un prisme de verre de section principale ABC rectangle en B dont l'angle au sommet est  $A = 75^\circ$  est placé dans l'air. Un rayon monochromatique pour lequel le verre a pour indice  $n = 1,6328$  arrive en  $i$  sur la face AB sous l'incidence  $i$  au-dessous de la normale.

1- Rappeler la condition sur l'angle  $i$  pour que le rayon émerge par la face AC.

2- La variation de la déviation  $D$  en fonction de l'angle d'incidence a l'allure représentée sur la figure ci-dessous :



Donner les coordonnées des points M, N, et P.

Tracer dans chaque cas la marche des rayons lumineux pour les angles correspondant aux points M, N, P.

1- Pour que le rayon émerge par la face AC, l'angle d'incidence  $i$  doit vérifier l'inégalité suivante :

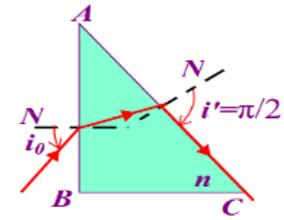
$$i_0 \leq i \leq \frac{\pi}{2} \text{ avec } \sin i_0 = n \sin(A - \beta)$$

2- Coordonnées des points N, M et P

### Au point N :

Le point N correspond à  $i = i_0 = 81,1^\circ$  et a l'émergence rasante ( $i' = 90^\circ$ )

$$D = i_0 + 90 - A = 96,1^\circ \quad \text{soit} \quad N \begin{pmatrix} 81,1^\circ \\ 96,1^\circ \end{pmatrix}_{(i,D)}$$

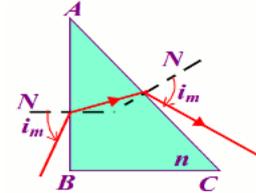


### Au point M :

Le point M correspond à la déviation minimale pour laquelle :

$$i = i' = i_m, \quad r = r' = \frac{A}{2} \quad D_m = 2i_m - A \quad \sin i_m = n \sin \frac{A}{2}$$

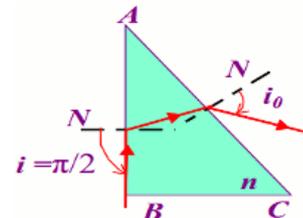
$$i_m = 83,7^\circ \quad \text{et} \quad D_m = 92,4^\circ \quad M \begin{pmatrix} 83,7^\circ \\ 92,4^\circ \end{pmatrix}_{(i,D)}$$



### Au point P :

Le point P correspond à une incidence rasante  $i = 90^\circ$

$$\text{on a : } i' = i_0 = 81,1^\circ \quad \text{et} \quad D = 96,1^\circ \quad P \begin{pmatrix} 90^\circ \\ 96,1^\circ \end{pmatrix}_{(i,D)}$$



3- Traçons dans chaque cas la marche du rayon lumineux et la courbe de déviation totale  $D$  en fonction de l'angle d'incidence

