

# Mouvement rectiligne – chute libre

## 1/Chute libre avec vitesse initiale quelconque

Un projectile est lancé à partir d'un point o, origine d'un repère.  $(o; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$

Le vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_o$  est dans le plan  $(\vec{i}; \vec{k})$  et fait un angle  $\alpha$  avec  $\vec{i}$ , vecteur unitaire appartenant au plan horizontal de côte zéro; le champ de pesanteur est  $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$

Les équations du mouvement s'écrivent:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_o \cdot \cos \alpha; & x &= (v_o \cdot \cos \alpha) \cdot t; \\ \dot{z} &= v_o \cdot \sin \alpha - g \cdot t; & z &= (v_o \cdot \sin \alpha) \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{aligned}$$

- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile.
- Calculer la flèche, c'est-à-dire l'altitude  $z_M$  maximale atteinte.
- Calculer la portée, c'est-à-dire l'abscisse du point où la trajectoire recoupe l'axe (x'x) .
- Pour quelle valeur de  $\alpha$  la portée est-elle maximale?

## 2/ La grosse Bertha

La « grosse Bertha », utilisée par les artilleurs allemands en 1918 pour bombarder Paris, avait une portée maximale de 120 km pour un angle de tir égal à  $45^\circ$ .

En utilisant les résultats de l'exercice précédent:

- Déterminer la vitesse théorique de l'obus de masse 104 kg à la sortie du fût.
- Déterminer la flèche théorique.
- En réalité, la vitesse à la sortie du fût était de  $1\,600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et la flèche de 19 000 m. Conclure.

## 3/ Plan incliné

Un mobile de masse  $m$  peut glisser sans frottements sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale.

Lancé avec un vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_o$  faisant un angle  $\beta$  avec les horizontales du plan, il est animé d'un mouvement de translation.

- Effectuer le bilan des forces appliquées au solide.
  - Exprimer le vecteur accélération.
  - Quelle est la nature du mouvement?
- Soit un repère orthonormal  $(o; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$  avec:
  - $\vec{i}$  horizontal et  $(\vec{v}_o; \vec{i}) = \beta$

- $\vec{j}$  parallèle aux lignes de plus grande pente et orienté vers le haut;
- $-\vec{k}$  normal au plan et orienté vers le haut;
- O est la position initiale du centre d'inertie.
- Donner les équations horaires du mouvement dans ce repère.
- En déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie.

Indiquer la nature de la trajectoire.

c) - Choisir  $v_{0x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et compléter le tableau ci -dessous à l'aide du logiciel:

$v_{0z}$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	flèche (m)	portée (m)	$t_m$ (s)
10			
20			
30			
40			
50			

- Quelle particularité constate-t-on, concernant la flèche de la trajectoire? Justifier- la.

Mêmes questions pour la portée et pour la date  $t_m$

d) - À quelle date le centre d'inertie est-il au sommet sa trajectoire ?

- Quelles sont alors ses coordonnées?

Données:  $\alpha = 20^\circ$ ;  $\beta = 40^\circ$  et  $v_0 = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  .

## UTILISATION DES ACQUIS

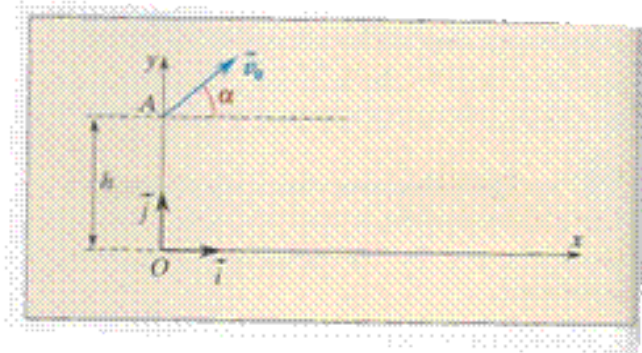
### 4/ Lancement d'une fléchette

Un expérimentateur étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une fléchette sortant de l'extrémité du canon d'un pistolet. Lorsque la fléchette sort du canon, le centre d'inertie passe en A avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$

de valeur  $v_0$  indépendante de l'orientation du canon dans l'espace

Donnée:  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  .

a) A<sub>2</sub> Étude théorique, dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , établir les équations paramétriques  $x(t)$  et  $y(t)$  du centre d'inertie G de la fléchette animée d'une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale (à l'origine des dates, G est en A). En déduire l'équation de la trajectoire.



b) Tirs expérimentaux

Pour déterminer  $v_0$ , un expérimentateur fait les deux essais suivants:

- C<sub>1</sub> Tir vertical

Le canon du pistolet est vertical et son extrémité A située à  $h_1 = 2,05$  m du sol. L'expérimentateur tire vers le haut et constate que la fléchette tombe sur le sol 4,1 s : après son départ. Calculer  $v_0$ .

- C<sub>1</sub> Tir horizontal

Le canon est horizontal, son extrémité A est à une altitude  $h_2 = 1,5$  m d'un point O du sol situé sur la verticale de A .

L'expérimentateur tire et constate que la fléchette tombe sur le sol horizontal en un point B tel que  $OB = L = 10,95$  m. Calculer  $v_0$ .

## 5 / Sur un plan incliné

Sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale, un mobile de masse  $m$  glisse sans frottements. Le mobile est lancé avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  faisant angle  $\beta$  avec une direction horizontale du plan incliné

On désigne par A la position initiale du centre d'inertie, dont le mouvement est repéré par une table à digitaliser.

Les coordonnées du centre d'inertie, dans le repère  $(A, \vec{i}, \vec{j})$  avec  $\vec{i}$  dirigé selon l'horizontale du plan et  $\vec{j}$  selon la ligne de plus grande pente et vers le haut, sont saisies par un ordinateur qui calcule en outre les valeurs des coordonnées du vecteur vitesse à différentes dates.

a) Exprimer l'accélération du centre d'inertie du mobile, puis les équations horaires du mouvement.

b) Déterminer l'équation de la trajectoire.

c) L'ordinateur donne:

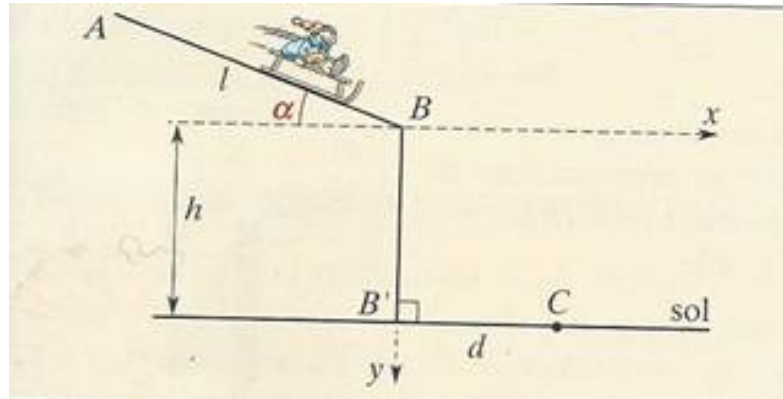
A la date 0,1s:  $x = 5,64$  cm,  $y = 3,96$  cm,

$V_x = 0,564$  m.s<sup>-1</sup> et  $V_y = 0,229$  m.s<sup>-1</sup> ;

A la date 0,3s:  $x = 16,92 \text{ cm}$ ,  $y = 18,45 \text{ cm}$ ,  $v_x = 0,564 \text{ m.s}^{-1}$  et  $v_y = -0,441 \text{ m.s}^{-1}$ .

A partir de ces données, calculer les valeurs de la vitesse initiale  $V_c$  de l'angle  $b$  et de l'angle  $a$ .

## 6/ Mouvement d'une luge



Une luge part sans vitesse initiale et glisse sans frottements le long d'une piste rectiligne AB de longueur  $l$  faisant un angle  $a = 20^\circ$  avec le plan horizontal.

1) Représenter les forces appliquées à la luge lors de ce mouvement.

Quelle est la nature de ce dernier? Exprimer son accélération

2) Préciser la direction et le sens du vecteur vitesse  $\vec{v}_B$  de la luge au point B.

Exprimer en fonction de  $g$ ,  $a$  et  $l$ .

La luge quitte la piste en B avec la vitesse  $\vec{v}_B$  et tombe en chute libre sur le sol horizontal.

a) Établir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie de la luge dans le repère indiqué sur la figure (attention ( $B_y$ ) est orienté vers le bas).

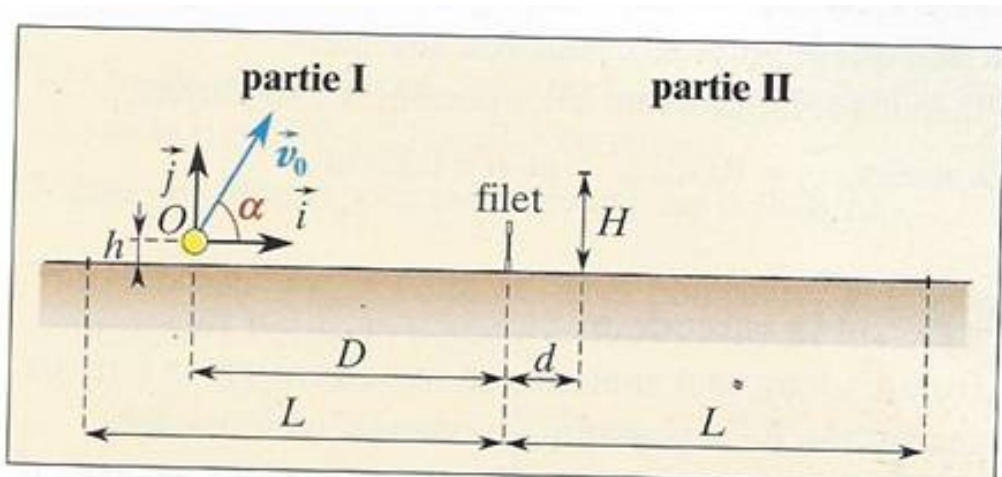
b) On donne  $BB' = h = 1,2 \text{ m}$ . Calculer la longueur  $l$  que le mobile a parcourue sur le plan incliné, sachant qu'il touche le sol en un point C tel que  $B'C = d = 1 \text{ m}$ .

## 7/ Le joueur de tennis

Dans tout l'exercice la balle de tennis sera assimilée à un point matériel, on négligera la résistance de l'air sur la balle et l'on supposera la surface de jeu parfaitement horizontale. Un joueur de tennis, situé dans la partie I du court, tente de lobber son adversaire (faire passer la balle au-dessus de ce dernier).

Celui-ci est situé à une distance  $d = 2,00 \text{ m}$  derrière le filet, dans la partie II du court, juste en face du joueur. Le joueur frappe la balle alors que celle-ci est en O, à la distance  $D = 9,00 \text{ m}$  du filet et à la hauteur  $h = 0,500 \text{ m}$  au-dessus du sol. La balle part avec une vitesse  $\vec{v}_0$  ( $v_0 = 12,0 \text{ m.s}^{-1}$ ) inclinée d'un angle  $a = 60^\circ$  par rapport au sol, dans le plan perpendiculaire au filet.

(plan de la figure ci-dessous). Donnée:  $g=9,80\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ .



1) a) Établir, dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , l'équation littérale de la trajectoire de la balle, après le choc sur la raquette.

b) En utilisant les valeurs numériques du texte, écrire l'équation  $y(x)$ . Elle sera utilisée pour résoudre la suite de l'exercice.

2) L'adversaire tient sa raquette à bout de bras et en sautant, elle atteint au maximum la hauteur  $H = 2,50\text{ m}$  par rapport au sol. Peut-il intercepter la balle?

Quelle distance sépare alors la balle et l'extrémité supérieure de la raquette?

3) La ligne de fond étant à la distance  $L = 12,0\text{ m}$  du filet, la balle peut-elle retomber dans la surface de jeu? (Autrement dit, le lob est-il réussi ?)