

1-Energie potentielle de pesanteur :

On prendra $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$

Exercice 1

Paul, debout sur un pont, lance verticalement vers le haut une pierre de masse $m = 70 \text{ g}$.

Celle-ci s'élève jusqu'à une hauteur de 10 m au-dessus du point de lancement puis redescend et tombe dans l'eau.

La surface de l'eau est située 2,0 m plus bas que le point de lancement de la pierre.

1°/ Calculer :

l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus haute

l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre dans sa position la plus basse

la variation d'énergie potentielle de la pierre

si l'on choisit comme niveau de référence (origine de l'axe Oz dirigé vers le haut)

1.1. le niveau du point de lancement de la pierre

1.2. le niveau de la surface de l'eau.

2°/ Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur de la pierre lorsqu'elle est située à une altitude z quelconque par rapport au point de lancement dans les deux cas précédents.

Correction

Rappel du cours (voir fig ci-dessous à gauche).

Soit le système {objet lancé/Terre} déformable et deux états particuliers de ce système

Etat 1 : objet en O. Etat 2 : objet en A.

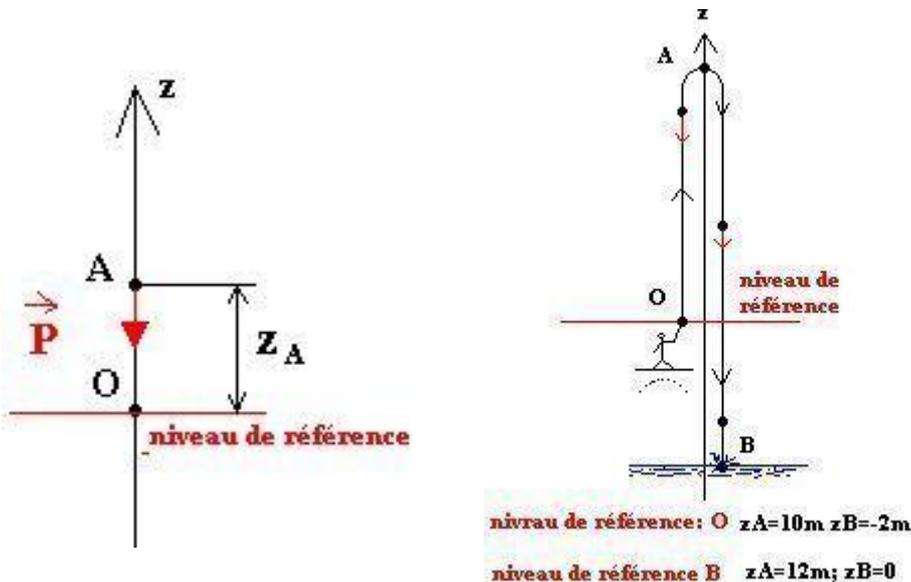
Exprimons la variation d'énergie potentielle entre 1 et 2 : **la variation d'énergie potentielle du système est égale à moins le travail de la force pendant la variation.**

$Ep(A)-Ep(O) = - W(\mathbf{P})(O \rightarrow A) = - [mg(z_0 - z_A)]$. Le signe « moins » est nécessaire, en effet le travail est résistant si $z_A > 0$ et moteur si $z_A < 0$.

On a donc : $Ep(A)-Ep(O) = mgz_A - mgz_0$. soit par identification: $Ep(A) = mgz_A$ et $Ep(O) = mgz_0$.

Lorsque le niveau de référence est O ; $z_0 = 0$ et $Ep(O) = 0$.

Plus généralement $Ep(z) = mgz$ (z étant la hauteur algébrique mesurée par rapport à l'origine choisie), c'est-à-dire que l'énergie potentielle est du signe de z.



Réponse aux questions ex1 (fig de droite):

1-

1.1 niveau de référence : le point de lancement : $E_p(A) = mgz_A = 0,07 \cdot 10 \cdot 10 = 7,0J$

$E_p(B) = mgz_B = 0,07 \cdot 10 \cdot (-2,0) = 0,07 \cdot 10 \cdot (-2) = -1,4J$

1.2 niveau surface de l'eau : $E_p(A) = 0,07 \cdot 10 \cdot 12 = +8,4J$

$E_p(B) = 0$.

2-

2.1 ; niveau de référence : le point de lancement

Variation d'énergie potentielle : $E_p(A) - E_p(O) = 7,0 - 0 = 7,0J$ et $E_p(B) - E_p(O) = -1,4 - 0 = -1,4J$

2.2 ; niveau de référence : le point de surface de l'eau.

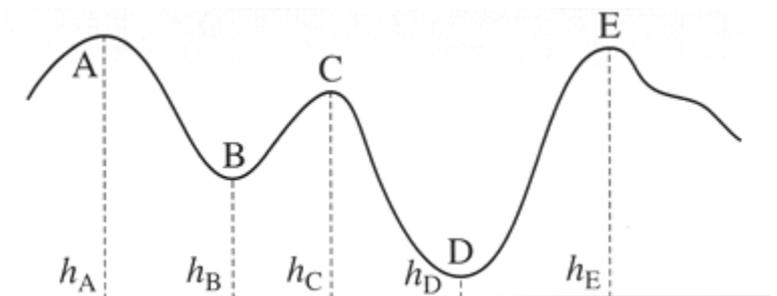
$E_p(A) - E_p(O) = 8,4 - 0,07 \cdot 10 \cdot 2 = 8,4 - 1,4 = 7,0J$.

$E_p(B) - E_p(O) = 0 - 0,07 \cdot 10 \cdot 2 = -1,4J$.

Conclusion : l'énergie potentielle dépend du niveau de référence mais pas la variation d'énergie potentielle .

Exercice 2

Dans un parc d'attractions, un wagonnet de masse $m = 65 \text{ kg}$ se déplace sur des rails dont le profil est donné sur le schéma ci-contre :



Les hauteurs des différents points A, B, C, D et E sont repérées par rapport au sol et ont pour valeurs :

$$h_A = 20 \text{ m}$$

$$h_B = 10 \text{ m}$$

$$h_C = 15 \text{ m}$$

$$h_D = 5 \text{ m}$$

$$h_E = 18 \text{ m}$$

Calculer la variation d'énergie potentielle de pesanteur du wagonnet passant :

1° de A à B

2° de B à C

3° de A à D

4° de A à E

Correction ex2:

$$1 - \Delta E_p(A \rightarrow B) = mg(h_B - h_A) = 65 \cdot 10 \cdot (10 - 20) = -6500J$$

$$2 - \Delta E_p(B \rightarrow C) = mg(h_C - h_B) = 65 \cdot 10 \cdot (15 - 10) = +3250J$$

$$3 - \Delta E_p(A \rightarrow D) = mg(h_D - h_A) = 65 \cdot 10 \cdot (5 - 20) = -9750J$$

$$4 - \Delta E_p(A \rightarrow E) = mg(h_E - h_A) = 65 \cdot 10 \cdot (18 - 20) = -1300J$$

Exercice 3

Une petite sphère métallique de masse $m = 120 \text{ g}$ et de rayon $r = 1,0 \text{ cm}$, est suspendue à un fil inextensible et de masse négligeable, de longueur $l = 70 \text{ cm}$. L'extrémité du fil est accrochée en un point. On écarte le pendule ainsi constitué de la verticale, selon un angle $\theta = 25^\circ$.

1° Calculer l'énergie potentielle de pesanteur E_{ppA} de la sphère dans cette position en prenant la position d'équilibre comme position de référence.

2° On voudrait lâcher ce pendule depuis une position B d'énergie potentielle de pesanteur $E_{ppB} = 2 E_{ppA}$. Calculer l'angle que ferait alors le fil tendu avec la verticale.

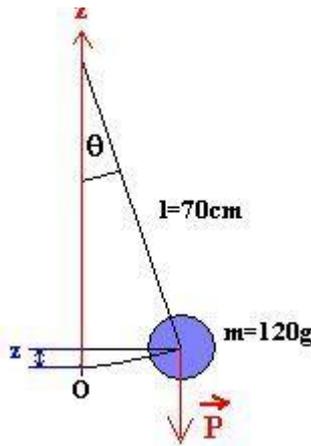
Correction ex3:

1°/Choisissons un repère Oz orienté vers le haut (voir figure).

$$E_{ppA} = mg \cdot z = mg \cdot (l - l \cos \theta) = mg \cdot l (1 - \cos \theta) = 0,120 \cdot 10 \cdot 0,7 \cdot (1 - \cos 20^\circ) = 0,0506J.$$

2°/Il faut $E_{ppB} = 2 E_{ppA} = mgl - mgl \cos \theta'$.

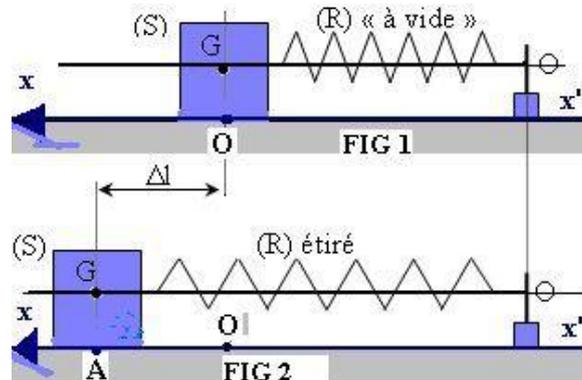
$$\Rightarrow \cos\theta' = 1 - \frac{2EppA}{mgl} = 1 - \frac{2.mgl(1 - \cos\theta)}{mgl} = 1 - 2(1 - \cos 20^\circ) = 0,879 \Rightarrow \theta' = 28,5^\circ$$



2-Energie potentielle élastique :

Exercice 1

On considère le système {solide ressort} de la figure ci-dessous.



La masse de l'objet et $m=500\text{g}$ et la raideur du ressort: $k=15\text{N.m}^{-1}$; les frottements sont négligés.

1-Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique E_p du système en fonction de x .

2-Tracer la courbe $E_p=f(x)$. pour $-0,25\text{m} < x < +0,25\text{m}$

3-Initialement à vide, la masse est écartée de $\Delta l=0,2\text{m}$ et **abandonnée sans vitesse initiale**.

Donner la valeur de l'énergie mécanique E_{m1} et préciser graphiquement les limites d'évolution du système.

Calculer la vitesse maximum $v_{\max 1}$ de l'objet .

4-L'objet est écartée cette fois de $\Delta l=0,2\text{m}$ avec une **vitesse $v_0=0,5\text{m.s}^{-1}$** .

Calculer l'énergie mécanique E_{m2} du système.

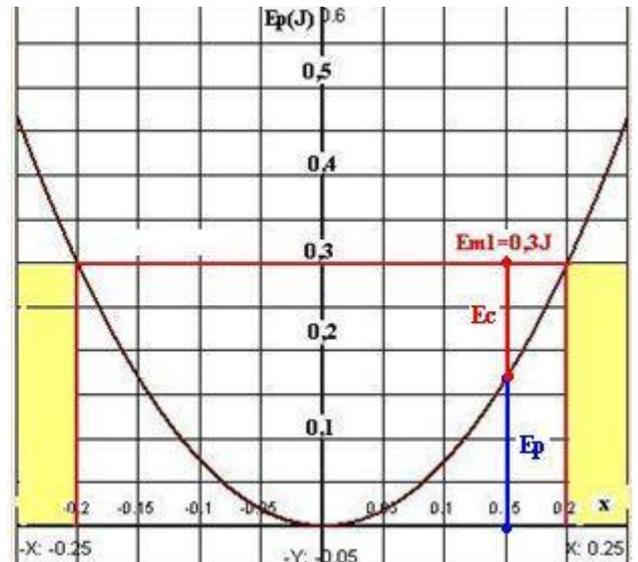
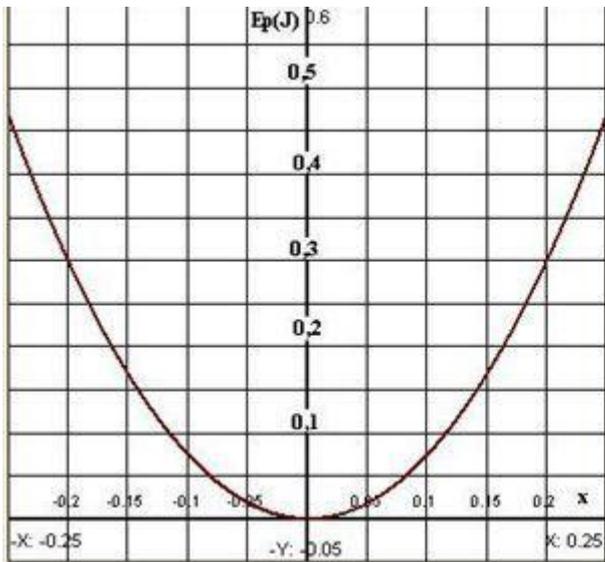
Préciser l'amplitude des oscillations et la valeur $v_{\max 2}$ de la vitesse maximum.

On utilisera une méthode graphique complétée par le calcul.

Correction :

1- $E_p=0,5.k.x^2=0,5.15.x^2.=7,5.x^2$.

2-graphique : c'est une parabole centrée sur l'axe Oy.(figure ci-dessous à gauche)



$$3-Em_1=Ep+Ec$$

Or, pour $x=0,2\text{m}$ $v=0$; $Ec=0$ et $Em_1=Ep=7,5 \cdot 0,2^2=0,3\text{J}$.

Traçons sur le graphe l'axe horizontal $Em_1=0,3\text{J}$. En dehors de l'intervalle $\{-0,2 ; 0,2\}$, il n'y a pas de solution car Ep ne peut être plus grand que Em cela signifierait que $Ec < 0$! (figure droite)

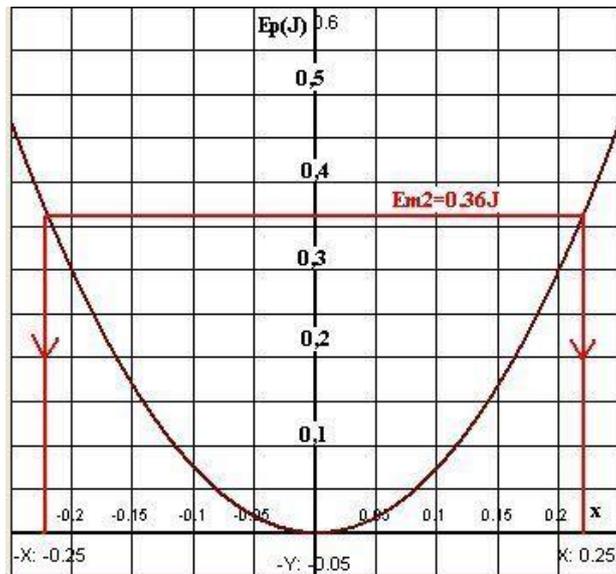
Vitesse maximum : elle est obtenue lorsque l'énergie cinétique est maximum, c'est-à-dire lorsque Ep est nul (lors du passage de l'objet par le point O)

$$\text{Alors } Ec=Em_1=0,3\text{J et } v = \sqrt{\frac{2Em_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3}{0,5}} = 1,095\text{m.s}^{-1}$$

4-L'énergie mécanique est cette fois : $Em_2=Em_1+0,5mv_0^2$.

$$Em_2=0,3+0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5^2=0,36\text{J}$$

L'amplitude des oscillations est lue sur le graphe ci-dessous :



$$\text{Le calcul donne : } Em_2=0,5 \cdot k \cdot X_m^2 \text{ soit : } X_m = \sqrt{\frac{2Em_2}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,36}{15}} = 0,22\text{m}$$

La vitesse maximum est telle que : $Ec_{\text{max}}=Em_2$ soit

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2Em}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,36}{0,5}} = 1,2\text{m.s}^{-1}$$