Série 2 : Exercices sur les homothéties et rotations

Exercice 1 :

Soit h l'homothétie de centre Ω et de rapport k = -2. Pour tout point M, on note M' son image par h.

1) Exprimer $\overrightarrow{MM'}$ en fonction de $\overrightarrow{\Omega M}$.

2) Déterminer l'ensemble des points M tels que MM'=3.

Exercice 2 :

Traduire chacune des phrases suivantes par une égalité vectorielle.

1) C a pour image C' par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{6}{5}$.

2) A est l'image de M dans l'homothétie de centre O et de rapport 3,5.

3) H est une homothétie de rapport 5. H(C)=C et H(B)=A.

4) P est l'antécédent de R dans l'homothétie de centre O et de rapport -3.

Exercice 3 :

Traduire chaque égalité vectorielle donnée par une homothétie.

1) $\overrightarrow{\Omega B}=-2\overrightarrow{\Omega A}$ 2) $\overrightarrow{AC}=7\overrightarrow{AE}$ 3) $\overrightarrow{BM}=-3\overrightarrow{BC}$ 4) $\overrightarrow{PR}=10\overrightarrow{PM}$

Exercice 4 :

On donne deux cercles C et C' de centre O et O' et de rayon 3cm et 1,5cm. De plus, OO' = 6cm.

1) Faire une figure sur laquelle on peut tracer les tangentes communes aux deux cercles.

2) Trouver deux homothéties qui transforment C en C'. Préciser leur centre et leur rapport.

Exercice 5 :

Soit trois points distincts O, I et I'.

1) À quelle condition existe-t-il une rotation de centre O qui transforme I en I' ?

2) Quel est l'angle de la rotation ?

3) M étant un point quelconque du plan, donner une méthode de construction de M', image de M, par cette rotation.

Exercice 6 :

Dans un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A(2 ; 6), B(7 ; 11) et C(4 ; 12).

1) Construire E, F et G, images respectives de A, B et C par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}\text{rd}$.

2) Construire H, K et L, images respectives de A, B et C par la rotation de centre W(5 ; 3) et d'angle $-\frac{\pi}{3}\text{rd}$.

Exercice 7 :

1) (C) est un cercle de centre O et de rayon r. Soit I le point tel que OI = 2r.

Construire l'image (C') de (C) par l'homothétie de centre I et de rapport 2/3.

2) Calculer en fonction de r l'aire du cercle (C) et celle de (C') puis calculer leur rapport.

Exercice 8 :

ABCD est un parallélogramme.

Construire son image A'B'C'D' par l'homothétie de centre A et de rapport -3/4.

Exercice 9 :

1) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de directions différentes. Que peut-on dire des nombres a et b si $a\vec{u}=b\vec{v}$?

2) Soit un triangle OAA' et B un point de la droite (OA) distinct de O et de A. On note B' l'intersection de(OA') et de la parallèle à 'AA') passant par B.

a) Faire un dessin.

b) Justifier l'existence des nombres k_1, k_2 et k_3 tels que :

$$\overrightarrow{OB}=k_1\overrightarrow{OA} \quad ; \quad \overrightarrow{BB'}=k_2\overrightarrow{AA'} \quad ; \quad \overrightarrow{OB'}=k_1\overrightarrow{OA'}$$

c) Montrer que $(k_3-k_1)\overrightarrow{OA'}=(k_2-k_1)\overrightarrow{AA'}$

d) En déduire que $k_1=k_2=k_3$. Interpréter à l'aide de l'homothétie. Énoncer le théorème de Thalès dans un triangle sous forme vectorielle.

Exercice 10 :

Soient cinq points O, A, B, A' et B' tels que $\overrightarrow{OB}=k\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB'}=k_1\overrightarrow{OA'}$.

1) Établir que $\overrightarrow{BB'}=k\,\overrightarrow{AA'}$

2) En déduire que (BB') et (AA') sont parallèles.

3) Interpréter à l'aide de l'homothétie.

4) Énoncer sous forme vectorielle la réciproque du théorème de Thalès.

Exercice 11 :

1) Construire à l'extérieur du triangle ABC les triangles équilatéraux ABC', BCA' et ACB' (ABC étant un triangle quelconque).

2) En utilisant la rotation r de centre A telle que r(C') =B, montrer que BB'=CC'.

3) Enfin, montrer que AA'=BB'=CC'

Exercice 12 :

Soit ABC un triangle tel que AB = 6cm, BC = 5cm et $\widehat{BAC}=45°$ dans le sens direct.

1) Construire un tel triangle sachant que les trois angles sont aigus.

2) Construire le transformé MNP du triangle ABC par la rotation de centre I, milieu de [AC], et d'angle 45° dans le sens indirect.

Exercice 13 :

Soit ABC un triangle tel que AB = 6cm , BC = 5cm et $\widehat{BAC}=135°$ dans le sens direct.

1) Construire un tel triangle sachant que les trois angles sont aigus.

2) Construire le transformé MNP du triangle ABC par la rotation de centre I, milieu de [AC], et d'angle 135° dans le sens indirect.