

Série 4 : Exercices sur les généralités sur les fonctions

Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes, puis calculer les images des réels a , b et c ainsi que les antécédents de m et n .

a) $f(x) = 2x - 3$ $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$ et $c = \sqrt{3}$; $m = 3$ et $n = 2$

b) $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ $a = -1$, $b = \frac{3}{2}$ et $c = \sqrt{3}$; $m = 3$ et $n = 2$

c) $f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$ $a = -2$, $b = 0$ et $c = \frac{3}{2}$; $m = -1$ et $n = 3$

Exercice 2 :

Étudier les variations des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = 3x - 5$

c) $f(x) = -2x + 4$

Exercice 3 :

Soit $A(x) = 5x^3 - 8x^2 + x + 2$.

1. Calculer $A(1)$. Que peut-on en déduire ?
2. Résoudre $A(x) = 0$.
3. Étudier suivant les valeurs de x le signe de $A(x)$.

Exercice 4 :

Soit $B(x) = \frac{-x^2 + x + 6}{x - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de B .
2. Calculer les zéros de B .
3. Dresser le tableau de signe de B .
4. Trouver trois réels a , b et c vérifiant : $B(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$

Exercice 5 :

On donne la fonction polynôme f défini par $C(x) = x^3 + 4x^2 - 18$.

1. Calculer $C(2)$. Que peut-on en déduire ?
2. Trouver un polynôme Q vérifiant : $C(x) = (x-2)Q(x)$.
3. Étudier le signe de $C(x)$ suivant les valeurs de x .

Exercice 6 :

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction rationnelle.

Trouver l'ensemble de définition de f et étudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

a) $f(x) = \frac{1}{2x+1} - \frac{1}{x-3}$

b) $f(x) = 2x - 1 - \frac{x+6}{3x}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 7}{x^2 - 1}$

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x-3|$

1. Écrire f sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de f .
3. Représenter graphiquement f .

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x+2| - |x-3|$

1. Écrire f sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudier les variations de f .
3. Représenter graphiquement f .

Exercice 9 :

On définit $p(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x - 1$.

1. Démontrer que $p(x) = (x-1)Q(x)$. Quel sera le degré de $Q(x)$?
2. Déterminer $Q(x)$ et vérifier que $Q(x) = (4x^2 + 2x - 1)^2$.
3. Résoudre $Q(x) = 0$. Quelles sont les racines comprises entre -1 et 1 ?