CC BY SA

Séquence 1 : Généralités sur les fonctions numériques

1. Définition, vocabulaire

Le réel y est **fonction** du réel x si à chaque valeur de x correspond au plus une valeur de y.

Si f est le nom de la fonction, y = f(x) signifie que **l'image** de x par f est y et que y est **un antécédent** de x par f.

Il existe différentes manières d'exprimer une fonction mais la plus courante est la forme explicite.

Exemple :

$$f(x)=x+2,\ g(x)=1+\frac{1}{x},\ h=x^2+x-1$$

2. Ensemble de définition

L'**ensemble de définition** regroupe tous les réels x tels que f(x) soit calculable.

Comme les expressions comportant des radicaux ou des dénominateurs posent souvent des problèmes, alors si u et v sont des fonctions définies sur IR :

- Si $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)},\ D_f=\{x\in\mathbb{R}\setminus v(x)\neq 0\}$
- Si $f(x)=\sqrt{u(x)},\ D_f=\{x\in\mathbb{R}\setminus u(x)\geq 0\}$

On écrit toujours D_f sous forme d'intervalle ou de réunion d'intervalles.

Exemples :

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes.

1. Les fonctions polynômes
2. $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$
3. $g(x)=\sqrt{2x-5}$

Solutions :

1. Toute fonction polynôme est définie sur l'ensemble de départ qui est en général IR.

CC BY SA

2. $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ donc $D_f=\{x\in\mathbb{R}\backslash x-2\neq 0\}$. D'où $D_f=\mathbb{R}\backslash\{2\};$ $D_f=]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$

3. $g(x)=\sqrt{2x-5}$ donc $D_f=\{x\in\mathbb{R}\backslash\ 2x-5\geq 0\}$. Or $2x-5\geq 0$ si $x\geq\frac{5}{2}$.

Ainsi, $D_f=[\frac{5}{2};+\infty[$

3. Variations d'une fonction

- On dit que f est **croissante** (respectivement **strictement croissante**) sur l'intervalle I si, quels que soient x et x' de I tels que $x \leq x'$, on a $f(x) \leq f(x')$ (respectivement $f(x)<f(x')$).
- On dit que f est **décroissante** (respectivement **strictement décroissante**) sur l'intervalle I si, quels que soient x et x' de I tels que $x\leq x'$, on a $f(x)\geq f(x')$ (respectivement $f(x)>f(x')$).

Méthode :

Pour étudier les variations de f sur I, on calcule son taux de variations entre x et x' de I puis on étudie son signe sur I.

Le **taux de variations** de f entre x et x' est : $t_f=\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$.

Attention :

On commence par la même variable en haut et en bas et il faut prendre x et x' dans le même intervalle.

f est croissante sur I si $t_f > 0$ sur I.

f est décroissante sur I si $t_f < 0$ sur I.

f est constante sur I si $t_f = 0$ sur I.

4. Représentation graphique d'une fonction

f est une fonction définie sur D_f.

La **courbe représentative** de f dans le plan muni d'un repère est l'ensemble des points M(x ; f(x)) où x est un élément de D_f.

Dire que le point M(x ; y) appartient à la courbe de f équivaut à dire que $x \in D_f$, et y = f(x).

On dit que y = f(x) est **l'équation** de cette courbe dans le repère considéré.

L'équation d'une courbe permet de savoir si un point M donné appartient ou non à cette courbe.