Série 2 : Exercices sur le théorème de Thalès

Exercice 1 :

1) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls de directions différentes.

Que peut-on dire des nombres a et b si $a\vec{u}=b\vec{v}$?

2) Soit un triangle OAA' et B un point de la droite (OA) distinct de O et de A.

On note B' l'intersection de(OA') et de la parallèle à (AA') passant par B.

a) Faire un dessin.

b) Justifier l'existence des nombres k_1, k_2 et k_3 tels que :

$$\overrightarrow{OB}=k_1\overrightarrow{OA} \quad ; \quad \overrightarrow{BB'}=k_2\overrightarrow{AA'} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{OB'}=k_3\overrightarrow{OA'}$$

c) Montrer que $(k_3-k_1)\overrightarrow{OA'}=(k_2-k_1)\overrightarrow{AA'}$.

d) En déduire que $k_1=k_2=k_3$. Interpréter à l'aide de l'homothétie.

e) Énoncer le théorème de Thalès dans un triangle, sous forme vectorielle.

Exercice 2 :

Soient cinq points O, A, B, A' et B' tels que $\overrightarrow{OB}=k\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB'}=k\overrightarrow{OA'}$.

1) Établir que $\overrightarrow{BB'}=k\overrightarrow{AA'}$.

2) En déduire que (BB') et (AA') sont parallèles.

3) Interpréter à l'aide de l'homothétie.

4) Énoncer, sous forme vectorielle, la réciproque du théorème de Thalès.

Exercice 3 :

On considère un triangle ABC. Par un point M de [BC], on mène la parallèle à [AB] coupant [AC] en N et la parallèle à [AC] coupant [AB] en P.

1) Comparer les rapports $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}}$ et $\frac{\overline{CN}}{\overline{CA}}$.

2) Comment faut-il choisir M pour que [NP] // [BC] ?

Exercice 4 :

Soit un triangle ABC. Par un point D, on mène les parallèles à (AB) et (AC) qui coupent [AC] en E et [AB] en F.

1) Faire une figure.

2) Comparer les rapports $\frac{\overline{AF}}{\overline{AB}}$ et $\frac{\overline{CD}}{\overline{CB}}$ puis $\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$ et $\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$.

3) Comment faut-il choisir le point D pour que (EF) soit parallèle à (BC) ?

Exercice 5 :

Soit G le centre de gravité du triangle ABC. On mène par G les parallèles à (AB) et (AC) qui coupent [BC] respectivement en D et E.

1) Évaluer les rapports $\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$ et $\frac{\overline{EC}}{\overline{BC}}$.

2) Comparer les trois segments [BD], [DE] et [EC].