

Série 1 : Exercices sur les fonctions rationnelles

Exercice 1 :

Trouver l'ensemble de définition de f puis ses zéros.

$$1) f(x) = \frac{2-x}{3x+1}$$

$$2) f(x) = 2 + \frac{x+1}{x}$$

$$3) f(x) = -\frac{2}{x}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

Exercice 2 :

On donne la fonction rationnelle $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x-1}$.

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Trouver les trois réels a , b et c vérifiant $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

3) Étudier suivant les valeurs de x le signe de $f(x)$.

Exercice 3 :

On donne la fonction rationnelle $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$.

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) Trouver deux réels a et b vérifiant $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$.

3) Avec l'aide du logiciel Géogebra,

a) Tracer en rouge les droites d'équation : $x = -3$ et $y = 2$.

b) Tracer en bleu la courbe de f .

c) Copier le schéma dans vos cahiers.

d) Trouver à l'aide de ce graphique l'image par f de $[-1 ; 0]$ puis l'image réciproque par f de $[1 ; 3]$.

Exercice 4 :

On donne la fonction rationnelle $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 1}$. On désigne par (C) sa courbe.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
- 2) Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 0$.
- 3) Trouver les trois réels a, b et c vérifiant $f(x) = a x + b + \frac{c}{x - 1}$.
- 4) Étudier suivant les valeurs de x le signe de f(x).

Exercice 5 :

Soient $f(x) = 2x + 5$ et $g(x) = \frac{x - 1}{3x + 2}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f et de g.
- 2) Trouver l'expression de $h(x) = g \circ f(x)$.
- 3) Étudier suivant les valeurs de x le signe de h(x).

Exercice 6 :

Soient $f(x) = x^3 - 27$ et $g(x) = x + 3$.

- 1) Calculer f(3). Que peut-on en déduire ?
- 2) Trouver deux réels a et b vérifiant $f(x) = (x - 3)(x^2 + a x + b)$.
- 3) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.
 - a) Déterminer l'ensemble de définition de h.
 - b) Étudier suivant les valeurs de x le signe de h(x).

Exercice 7 :

On donne la fonction rationnelle $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x + 2}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
- 2) Trouver les zéros de f.
- 3) Étudier suivant les valeurs de x le signe de f(x).

Exercice 8 :

Soient $f(x) = \frac{4x-1}{x+1}$ et $g(x) = \frac{x^2-3}{x+1}$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f puis de g.
- 2) Trouver trois réels a, b et c vérifiant $g(x) = a x + b + \frac{c}{x+1}$.
- 3) Étudier suivant les valeurs de x le signe de f(x).
- 4) Résoudre dans IR $f(x) = g(x)$.