

Série 2 : Exercices sur le calcul de probabilités

Exercice 1 :

Chaque domino d'un jeu de dominos est partagé en deux parties marquées de 0 à 6 points, les deux parties pouvant ou non porter le même nombre de points. Tous les dominos sont différents.

1. Montrer que le nombre des dominos du jeu est nécessairement 28.
2. Quatre joueurs prennent chacun sept dominos au hasard. Combien y-a-t-il de distributions possibles ?
3. Pour un joueur, combien y-a-t-il de possibilités d'avoir trois doubles ?

Exercice 2 :

Un dé normal est un cube dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Deux nombres marqués sur deux faces opposées du cube ont pour somme 7.

1. On lance deux dés D_1 et D_2 de couleurs différentes. On note x le nombre obtenu avec le dé D_1 et y le nombre obtenu avec le dé D_2 .
 - a) Quel est le nombre de couple (x, y) possibles ? (faire un tableau)
 - b) Quel est le nombre de cas amenant une somme $x+y=8$? une somme $x+y \leq 6$? un produit $x.y \leq 15$?
2. Reprendre les mêmes questions dans le cas où les deux dés sont identiques.

Exercice 3 :

Soient 2 dés cubiques D_1 et D_2 . Le dé D_1 est truqué, numéroté de 0 à 5 et la probabilité d'apparition d'une face numérotée x est égale à $p_x = k.(x + 1)$, $k \in \mathbb{R}$. Le dé D_2 est normal numéroté de 1 à 6 telle que chaque face numérotée y a la même probabilité d'apparition ;

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face de D_1 .
2. On lance simultanément les deux dés D_1 et D_2 . Déterminer en fonction de x la probabilité $p(x, y)$ d'apparition d'un couple quelconque.
3. Déterminer la probabilité de l'événement A telle que $x + y = 6$ et de l'événement telle que $x - y = 1$.

Exercice 4 :

On dispose de deux dés cubiques A et B . Le dé A porte sur deux faces le nombre 6 et sur les quatre autres les nombres 0, 1, 2 et 3. Toutes les faces ont la même probabilité d'apparition. Le dé pipé B porte les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6, de façon que la probabilité d'apparition d'une face n est $p_n = k/n$, ($k \in \mathbb{R}$).

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face du dé B .
2. On lance simultanément les deux dés. Calculer la probabilité des événements suivants :
 E_1 : "Amener deux 6."
 E_2 : "Amener un 1 et un 2."
3. Calculer la probabilité pour que la somme de faces soit égale à 6.

Exercice 5 :

Un groupe choral est composé de quatorze membres. Le tableau ci-dessous montre la répartition suivant le sexe et la couleur de la peau :

Sexe Couleur de la peau	Homme	Femme
Blanche	2	5
Noire	4	3

- Lors d'une répétition, le chef de chœur forme un "duo" à partir de ces quatorze membres pour interpréter une chanson. On rappelle que :
 - un "duo" est le tirage simultané de deux membres de ce groupe choral.
 - un "couple" est un "duo" formé de deux sexes différents.
 - une "paire" est un "duo" formé de deux sexes identiques.

Sachant que chaque membre a la même probabilité d'être choisi,

- Déterminer le nombre de cas possibles.
 - Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : "Avoir un couple"
 - B : "Avoir une paire"
 - C : "Avoir une paire de couleur de la peau identique"
 - D : "Avoir une paire de couleur de la peau différente"
- Le chef veut tester ce groupe choral. Il se propose alors de faire chanter deux "duo" successivement. Le premier "duo" formé n'est pas remis dans le groupe avant de former le second "duo". En admettant l'hypothèse d'équiprobabilité, calculer la probabilité de événements suivants :
 - E : "Le chef a testé 2 couples"
 - F : "Le chef a testé 2 paires"
 - G : "Le chef a testé au moins un couple"

Exercice 6 :

Deux urnes U_1 et U_2 contiennent des boules noires et des boules blanches. La composition de ces urnes est la suivante : U_1 a 3 boules noires et 2 blanches tandis que U_2 contient 4 boules noires et 1 blanche.

On tire deux boules de U_1 et une boule de U_2 .

- Calculer le nombre de cas possibles.
- Calculer la probabilité des événements suivants :
 - A : "Tirer 3 boules de même couleur."
 - B : "Tirer exactement une boule blanche."
- 3- Soit k le nombre de boules blanches tirées.
 - Quelles sont les valeurs possibles de k ?
 - Calculer la probabilité correspondant à chacune de ces valeurs de k .

Exercice 7 :

Cent coureurs participent à une course cycliste, avec des chances égales.

Les réponses aux questions suivantes seront laissées sous une forme faisant apparaître la formule utilisée.

1. Combien y-a-t-il de compositions différentes du groupe des dix premiers coureurs ?
2. Les coureurs sont répartis en dix équipes de dix coureurs chacune, 4 équipes malagasy, 3 équipes réunionnaises, 2 équipes mauriciennes et 1 équipe seychelloise.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A : "Le groupe des 10 premiers coureurs comporte 6 Malagasy et 2 Réunionnais."

B : "Le groupe des 10 premiers coureurs ne comporte ni Réunionnais ni Seychellois."

C : "Le groupe des 10 premiers coureurs comporte seulement des Malagasy."

D : "Le groupe des 10 premiers coureurs comporte 4 Malagasy d'une équipe, 3 Malagasy d'une autre, 2 d'une troisième, 1 de la quatrième".

Exercice 8 :

Koto, qui désire passer une semaine dans une ville étrangère, consulte un catalogue de voyages pour jeunes. Cinq destinations sont proposées : Athènes, Londres, Paris, Milan et Rome. Pour chacune de ces destinations, il y a trois modes d'hébergement possibles : l'auberge de jeunesse, le logement chez l'habitant et le logement en hôtel. Deux activités principales peuvent être retenues : la découverte des musées de la ville ou le perfectionnement dans la langue officielle du pays. Une formule de voyage est déterminée par le choix d'une destination, d'un mode d'hébergement et d'une activité principale.

1. Dénombrer les formules de voyage offertes.
2. Dénombrer le nombre de formules qui sont offertes à Koto s'il choisit de :
 - a) a) se rendre à Paris ;
 - b) b) visiter les musées d'Athènes ;
 - c) c) se perfectionner en italien.
3. Koto prête son catalogue à ses trois amis Bema, Lita et Ndrema, qui décident de s'en remettre au hasard pour le choix de leurs formules de voyage.

De combien de façons distinctes Bema, Lita et Ndrema peuvent-ils faire choix de leurs trois formules ?

Quelles sont les probabilités pour que :

- a) les trois amis choisissent la même formule que Koto ?
- b) seul Bema choisisse la même formule que Koto ?
- c) un seul de trois amis choisisse la même formule que Koto ?

On donnera les résultats sous forme décimale, au centième près.

Exercice 9 :

Nous sommes quatre partenaires et nous jouons au jeu suivant : chacun dispose de trois allumettes et peut en dissimuler 0, 1, 2 ou 3 dans son poing fermé, qu'il pose sur la table. Puis, chacun à son tour, annonce la nombre total d'allumettes qu'il suppose se trouver sur la table, dans les 4 poings réunis (on n'a pas le droit d'annoncer un nombre déjà proposé). Celui qui a trouvé le nombre exact (vérifié lorsque tous les joueurs ouvrent le poing) a gagné la partie. Je recherche la probabilité d'être le gagnant.

1. De combien de façons chacun de mes partenaires peut-il choisir le contenu de son poing ?
2. Soient a , b et c les nombres respectifs d'allumettes contenues dans les 3 poings de mes partenaires. Combien de triplets $(a;b;c)$ peuvent alors être constitués ?
3. J'ai une allumette dans ma main, je parle le premier et j'annonce 3. Quelle est la probabilité pour que je sois gagnant ?
4. Parlant encore le premier et gardant toujours une allumette dans la main, quels nombres dois-je annoncer pour avoir la plus forte probabilité de gagner ?

Exercice 10 :

On obtient un grille en noircissant certaines cases du tableau :

	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				

1. Combien de grilles différentes peut-on obtenir, sachant qu'on peut noircir un nombre quelconque de cases de 0 à 16 ?
2. Combien peut-on obtenir de grilles ayant exactement 3 cases noires ?
3. Deux joueurs A et B disposent l'un et l'autre d'un tel tableau. Chacun noircit trois cases au hasard (on se place donc dans une situation d'équiprobabilité). Si A a noirci $(a ; 2)$, $(; 4)$ et $(d ; 3)$, quelle est la probabilité de chacun des événements suivants :
 - E1 : "B a une et une seule case noire commune avec A."
 - E2 : "B n'a aucune case noire commune avec A.."
 - E3 : "B a au moins une case noire commune avec A."