Séquence 6 : Généralités sur les suites numériques

1. Définition

On appelle **suite** toute application d'une partie I de IN dans IR telle que :

$$\begin{cases} u : \mathbb{N} \to \mathbb{R} \\ n \to u(n) = u_n \end{cases}$$

La suite est notée u ou (u_n).

u_n est appelé **terme général** de la suite.

Les éléments u_1, …, u_n de la suite sont dits les **termes de la suite**.

On dit que (u_n) est une **suite récurrente** lorsque $u_{n+1} = f(u_n)$.

2. Sens de variation

- Une suite (u_n) est dite **constante** ou **stationnaire** si $u_{n+1}=u_n$ pour tout n.
- Une suite (u_n) est dite **strictement croissante** si $u_{n+1} > u_n$ pour tout n.
- Une suite (u_n) est dite **strictement décroissante** si $u_{n+1} < u_n$ pour tout n.
- Une suite (u_n) est dite **monotone** si elle est toujours croissante ou toujours décroissante.

Méthodes permettant d'étudier la monotonie d'une suite

- Dans le cas où la suite est de la forme $u_n = f(n)$, où f est une fonction, on étudie f.
- La méthode algébrique consiste :

  - soit à étudier la différence $u_{n+1} - u_n$

  - soit à comparer la quantité $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1, si $u_n > 0$.

3. Limite d'une suite

Étudier la limite d'une suite (u_n), c'est voir le comportement des termes u_n pour des grandes valeurs de n. c'est-à-dire pour $n \to +\infty$.

Dire que la suite (u_n) a pour **limite +∞** signifie que les termes u_n finissent par dépasser définitivement n'importe quel réel M, aussi grand qu'il soit.

On note $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.

Dire que la suite (u_n) a pour **limite l** signifie que pour des grandes valeurs de n les termes u_n finissent par s'accumuler autour de l.

On note alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = l$.

On dit que (u_n) **converge** vers l.

Une suite non convergente est dite **divergente**.